ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ МАНГА

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

В ЭТОЙ МАНГЕ РАССКАЗЫВАЕТСЯ ОБ ОДНОМ ИЗ САМЫХ СТРАШНЫХ ПРЕДМЕТОВ ДЛЯ СТУДЕНТОВ – СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ.

БЛАГОДАРЯ ВЕСЕЛОМУ СЮЖЕТУ ЧИТАТЕЛИ ЛЕГКО СМОГУТ ПОНЯТЬ – ДЛЯ ЧЕГО НУЖНЫ ВЕКТОРЫ И ТОЧКИ ОПОРЫ, ЗАЧЕМ И КАК ДЕЙСТВУЮТ РАЗНЫЕ СИЛЫ И КАК ПОКАЧАТЬСЯ НА КАЧЕЛЯХ С ВЕЛИКАНОМ. ЗНАНИЕ СОПРОМАТА ПОМОЖЕТ ДОМА ПОВЕСИТЬ ВЕШАЛКУ ДЛЯ ОДЕЖДЫ И УСТАНОВИТЬ КНИЖНЫЕ СТЕЛЛАЖИ. ДЕВОЧКИ ДУМАЮТ, ЧТО РАССТАВЛЯЯ КНИГИ, НУЖНО ДУМАТЬ О ЦВЕТЕ И ДИЗАЙНЕ, НО МАЛЬЧИКИ ДОЛЖНЫ ПОДУМАТЬ О ТОМ, ЧТОБЫ КНИГИ НЕ УПАЛИ ВАМ НА ГОЛОВУ! А ЕЩЕ МОЖНО РАССЧИТАТЬ ПРОЧНОСТЬ МОСТА ЧЕРЕЗ РЕКУ ИЛИ ТОЛЩИНУ СТЕН ДЛЯ УНИВЕРСИТЕТА.

ЦЕЛЬ КНИГИ – ЗАИНТЕРЕСОВАТЬ ШКОЛЬНИКОВ, СТУДЕНТОВ И ПРОСТО ПЫТЛИВЫХ ЧИТАТЕЛЕЙ ИЗУЧИТЬ НАУКУ О СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ. ЭТИ БАЗОВЫЕ ЗНАНИЯ ДАДУТ ТОЛЧОК К ДАЛЬНЕЙШЕМУ ПОНИМАНИЮ МИРА ФИЗИКИ.

ISBN 978-5-97060-660-5

Интернет-магазин: www.dmkpress.com
Книга-почтой: orders@alians-kniga.ru
Оптовая продажа: “Альянс-книга“.
(499)782-3889. books@alians-kniga.ru

ДМК ИЗДАТЕЛЬСТВО
www.дмк.рф

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Суэмасу Хироси
Нагасима Тосио, Эммо Такэнава
Office sawa

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

МАНГА

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Суэмасу Хироси
Нагасима Тосио
Эммо Такэнава

Ohmsha
ДМК ИЗДАТЕЛЬСТВО

Занимательная физика

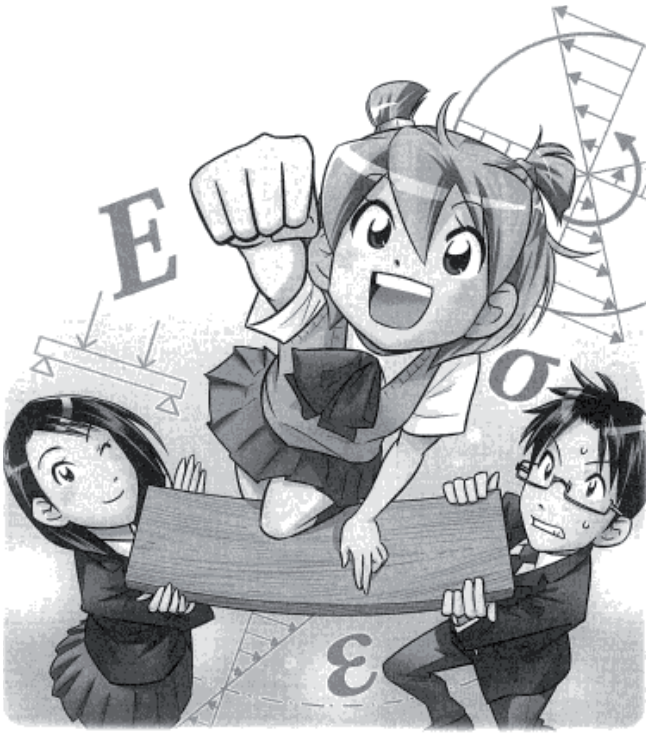
Сопротивление материалов

Манга

マンガでわかる

材料力学

末益　博志・長嶋　利夫／共著
円茂　竹縄／作画
オフィスsawa／制作



Ohmsha

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ МАНГА

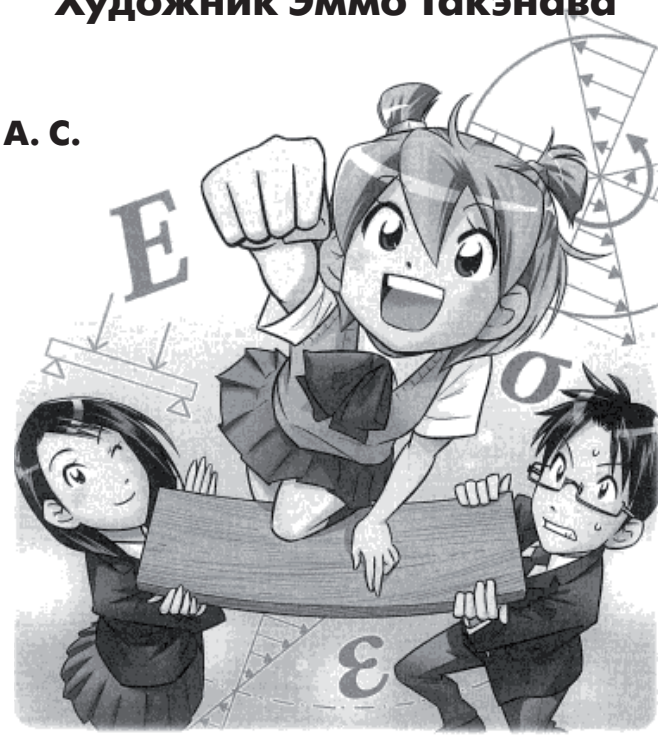
ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Суэмасу Хироси и Нагасима Тосио

Художник Эммо Такэнава

Перевод
Слащёвой А. С.



ДМК ПРЕСС ИЗДАТЕЛЬСТВО

Москва
ДМК Пресс, 2018

УДК 539.3.6
ББК 30.121
Н16

Суэмасу Хироси, Нагасима Тосио

Н16 Занимательная физика. Сопротивление материалов. Манга / Суэмасу Хироси, Нагасима Тосио (авторы), Эммо Такэнава (худож.); пер. с яп. А. С. Слащёвой. — М.: ДМК Пресс, 2018. — 220 с.: ил. — (Серия «Образовательная манга»). — Доп. тит. л. яп.

ISBN 978-5-97060-660-5

В этой манге рассказывается об одном из самых страшных предметов для студентов – сопротивлении материалов.

Благодаря веселому сюжету читатели легко смогут понять, для чего нужны векторы и точки опоры, зачем и как действуют разные силы и как покачаться на качелях с великаном. Знание сопромата поможет дома повесить вешалку для одежды и установить книжные стеллажи.

Девочки думают, что, расставляя книги, нужно думать о цвете и дизайне, но мальчики должны подумать о том, чтобы книги не упали вам на голову.

А еще можно рассчитать прочность моста через реку или толщину стен для университета.

Цель книги – заинтересовать школьников, студентов и просто пытливых читателей изучить науку о сопротивлении материалов. Эти базовые знания дадут толчок к дальнейшему пониманию мира физики.

УДК 539.3.6
ББК 30.121

Original Japanese edition
Manga de Wakaru Zairyou Rikigaku (Manga Guide: Mechanics of Materials)
By Hiroshi Suemasu, Toshio Nagashima (Authors),
Enmo Takenawa (Illustrator) and Office sawa, Ltd. (Producer)
Published by Ohmsha, Ltd.
Russian language edition copyright © 2018 by DMK Press

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

ISBN 978-4-274-06875-1 (яп.)
ISBN 978-5-97060-660-5 (рус.)

Copyright © 2012 by Hiroshi Suemasu, Toshio Nagashima and Office sawa, Ltd.
© Перевод, оформление, издание, ДМК Пресс, 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

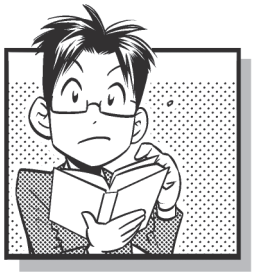
Преподавание естественных наук в средней и старшей школе чаще всего преследует цель научить двум навыкам: «запоминания фактов» и «рассуждения», и я полагаю, что читатели уже ими владеют. Однако часто забывается, что обучение естественным наукам всего лишь закладывает необходимый фундамент профессии, и учащиеся часто запоминают лишь то, что необходимо для экзамена, результаты которого мало влияют на будущие достижения. Впрочем, усердная подготовка к экзаменам сама по себе наверняка пригодится при дальнейшем обучении, ведь сейчас в университетах готовят людей, которым придется работать еще с большим усердием, чем раньше. При этом важно не то, в какой университет вы поступите, а то, как вы распорядитесь полученными возможностями для образования. И мне бы хотелось, чтобы вы в процессе учебы ценили эти возможности и пытались взять все самое нужное.

Те из вас, кто выберут для обучения в университетах инженерно-физические специальности, связанные с проектированием, исследованием и расчетом машин и механизмов, должны быть готовы применять полученные на уроках физики знания ньютоновой механики в различных разделах физики (например, кинематика и динамика машин и механизмов, сопротивление материалов, гидродинамика, строительная механика, термодинамика). Все эти предметы развились благодаря математическим методам на основании ньютоновской механики. Даже в производстве расчеты, конструирование и изготовление продукта проводятся с постоянным использованием этих и многих других разделов механики. (В реальном производственном процессе вещи, которые нельзя рассчитать, отдаются на откуп конструктору или проектировщику. Конструктор же в будущем сможет логически обосновать свои инженерные решения при помощи компьютера.) Сопротивление материалов считается студентами одним из наиболее трудных для изучения разделов. Кажется, будто между физикой механической деформации и механикой Ньютона возведена огромная стена. Обычно студенты плохо разбираются в сопромате, но, делая корректуру этой книги, я был удивлен, как много вещей можно объяснить при помощи манги, и в то же время поразился простоте объяснений, перерисованных с помощью художника. Автор надеется, что благодаря веселому, заимствованному из манги сюжету читатели легко смогут понять даже такую скучную вещь, как сопромат, немного разобраться в механике и постичь ее суть.

Наконец, хотелось бы сердечно поблагодарить соавтора, профессора Нагасима Тосио, всех из отдела развития компании Ohmsha за помощь в дизайне и редактировании, а также за важное читательское мнение госпожу Савада Савако из Office Sava – за предложенный ей интересный сюжет и ответственность за издание манги, а также всех причастных, начиная с Эммо Такэнава.

Суэмасу Хироси
Январь 2012

СОДЕРЖАНИЕ



ПРЕДИСЛОВИЕ V

ГЛАВА 1
МЕХАНИКА ДЕФОРМАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ТЕЛ 1

1. Силы, которые прикладывают к физическому телу 2
   - Для чего нужны векторы? (Силы) 2
   - Сила, которая действует вопреки (сила реакции) 5
   - Крепко держимся (точка опоры) 8
   - 1 Н и 1 кгс – сколько это? 11
   - Крутим туда-сюда (момент силы) 12
   - Разговоры о качельках (основы момента) 17

2. О равновесии сил, действующих на тело 19
   - Немного порисуем (силовая диаграмма свободных тел) 19
   - Одно уравновешивает другое (о силе и моменте силы) 22
   - Трехмерность и степени свободы 27

3. Что можно сделать с палкой 29
   - Представим ластик (сила и деформация) 29
   - Давим (сила сжатия) 31
   - Тянем-потянем (сила растяжения) 32
   - Крутим (изгибающий момент и сила сдвига) 34
   - Крутим (крутящий момент) 38

4. Приложение сил к телу и деформация 40
- Статические и нестатические задачи 40
- Деформации и конечные деформации 44
  - Подробные расчеты (статически неопределимая задача) 48

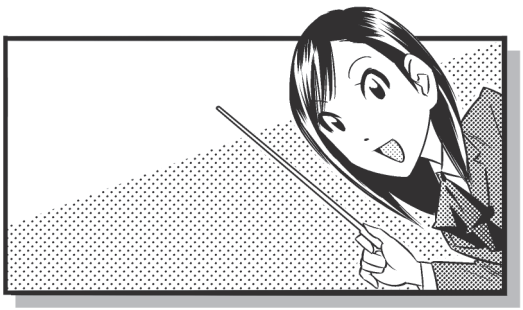
ГЛАВА 2
МЕХАНИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ 49

1. Силы, работающие внутри тела 50
- Взмах воображаемым ножиком (внутренняя сила и воображаемое сечение) 50

2. Как проявляются внутренние силы? 56
- Что такое напряжение? (Механическое напряжение) 56
- Смотрим на направление (напряжение растяжения, напряжение сжатия) 60
- Напряжение, возникающее при сдвиге (сдвиговое напряжение) 62

3. Откуда появляется напряжение 66
- Раскладываем вектор напряжения (нормальное напряжение и касательное напряжение) 66
- Круги Мора 70

4. Напряжение разное в различных точках внутри тела 74
- Только не режь вдоль! (Как найти напряжение) 74
- Как выразить напряжение с помощью дельты? 75



ГЛАВА 3
О ДЕФОРМАЦИИ 79

1. Как подсчитать деформацию? 82
   - Что такое относительная деформация (относительная деформация) 82
   - Что бывает с длиной и диаметром при сжатии и растяжении (нормальная деформация) 86
   - Деформация формы (сдвиговая деформация) 89

2. Как рассчитать деформацию 92
   - Соотношение между кручением и сдвиговой деформацией 92
   - Изгиб и нормальная деформация 96

ГЛАВА 4
ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА 105

1. Пропорция силы и деформации 106
   - Вещи, которые не ломаются (механические свойства материала) 106
   - Перемещение и сила пропорциональны (закон Гука) 108
   - Нормальная деформация и нормальное напряжение (модуль Юнга) 110
   - Отношения сдвиговой деформации и сдвигового напряжения (модуль сдвига) 113
   - Как измерить свойства материалов 115

2. Предельная сила 117
   - Пределы (разрыв/разрушение) 117
   - Можно ли вернуться в прошлое или нет? (Упругость и пластичность) 119
   - Стандарты конструирования (текучесть и прочность) 122

3. Вязкие и хрупкие материалы 123
   - Эластичный, хрупкий? Пластичность и хрупкость 123

ГЛАВА 5
КАК РАССЧИТАТЬ НАПРЯЖЕНИЕ 127

1. Задачи на сжатие и растяжение стержня 130
   - Расчет удлинения и отношение между нагрузкой растяжения и нормальным напряжением 131

2. Задачи на кручение стержня 134
   - Расчет угла кручения и отношение между крутящим моментом и силой сдвига 135
   - Что такое $rdrd\theta$? (Как выразить элемент площади) 143

3. Задачи на изгиб 145
   - Расчет кривизны, связь между моментом изгиба и нормальным напряжением 146

ГЛАВА 6
ПРИМЕНЕНИЕ СОПРОМАТА 159

1. Как сделать вещь, которая не сломается 162
   - Не поломаешь – не поймешь (процесс изготовления прочной вещи) 162
   - Напряжение в бруске с квадратным поперечным сечением 164
   - Плюхнуться на скамейку (сила удара) 168
   - Расчет толщины скамейки 172

2. Как важна устойчивость к деформации 180
   - Что такое жесткость? (Жесткость) 180
   - Как сделать материал жестче (потеря устойчивости) 182

3. Насколько безопасна конструкция? 186
   - Предвидеть невозможное (коэффициент запаса) 186
   - Как снизить вероятность аварии 191

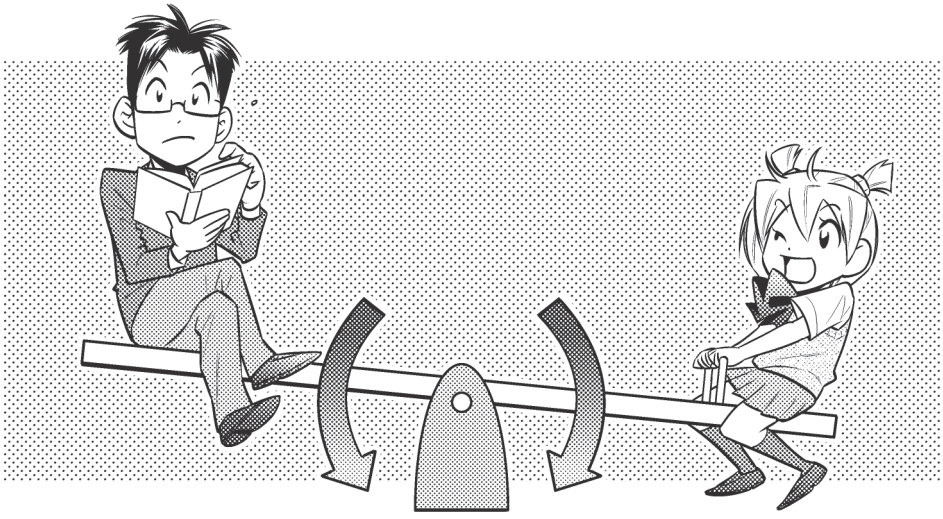
ПРИЛОЖЕНИЕ 203

- Буквы греческого алфавита 203
- Приставки в соответствии с системой СИ 204
- Значения моментов инерции сечения и моментов нагрузки для разных видов сечений 205
- Подробные расчеты (статически неопределенная задача для балки) 206

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 208

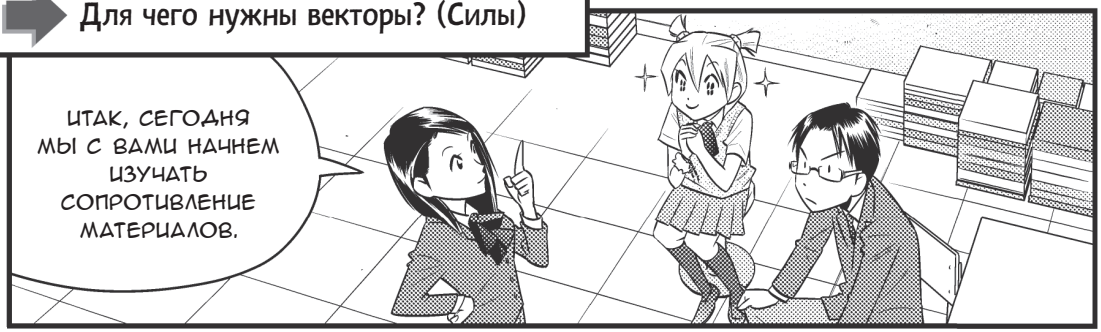
ГЛАВА 1

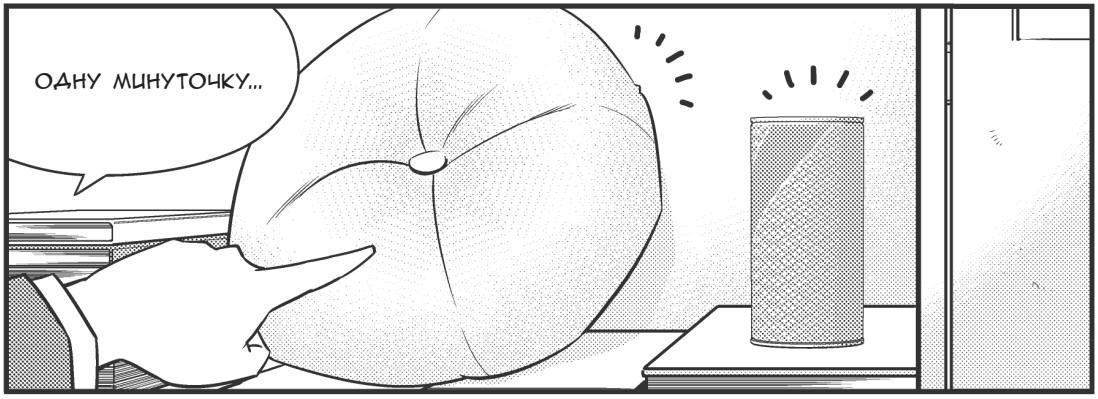
МЕХАНИКА ДЕФОРМАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ТЕЛ

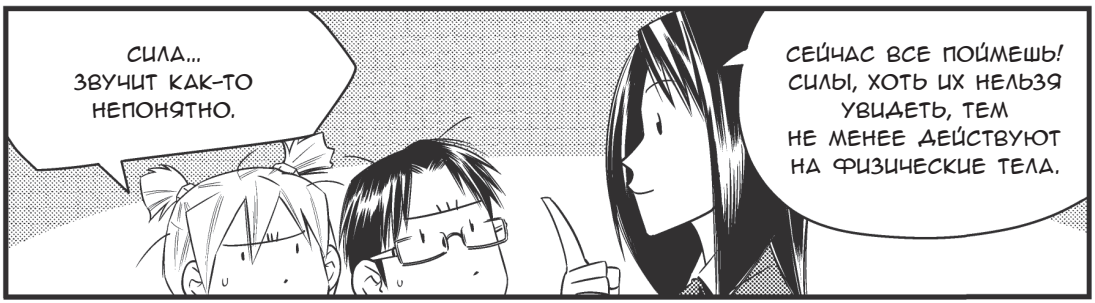


1. СИЛЫ, КОТОРЫЕ ПРИКЛАДЫВАЮТ К ФИЗИЧЕСКОМУ ТЕЛУ

Для чего нужны векторы? (Силы)





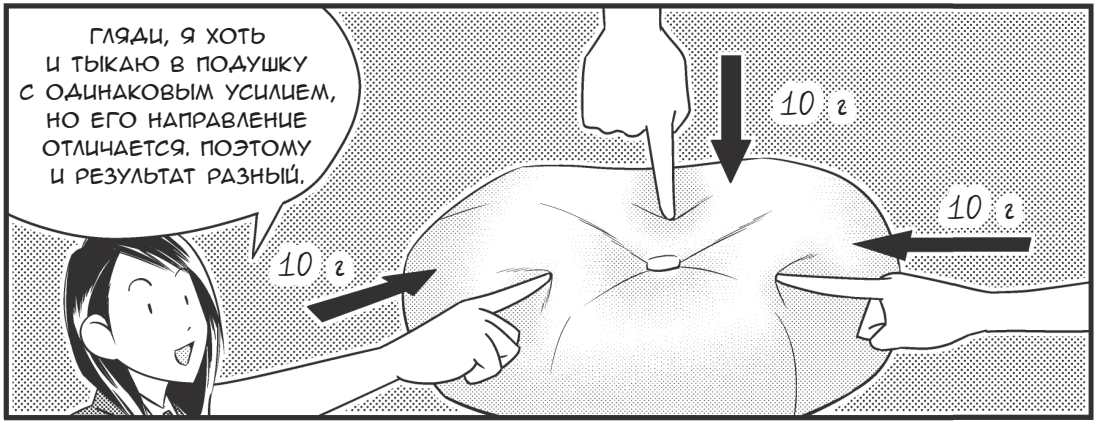

СИЛА... ЗВУЧИТ КАК-ТО НЕПОНЯТНО.
СЕЙЧАС ВСЕ ПОЙМЕШЬ! СИЛЫ, ХОТЬ ИХ НЕЛЬЗЯ УВИДЕТЬ, ТЕМ НЕ МЕНЕЕ ДЕЙСТВУЮТ НА ФИЗИЧЕСКИЕ ТЕЛА.

СМОТРИ, КОГДА Я ТЫКАЮ ПАЛЬЦЕМ В ПОДУШКУ, ОНА МЕНЯЕТ ФОРМУ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ.

А ТЕПЕРЬ, КОГДА Я ТЫКАЮ ПАЛЬЦЕМ В КОНСЕРВНУЮ БАНКУ И ОНА ДВИГАЕТСЯ, – ЭТО ТОЖЕ ДЕЙСТВИЕ СИЛЫ.
ТЫК

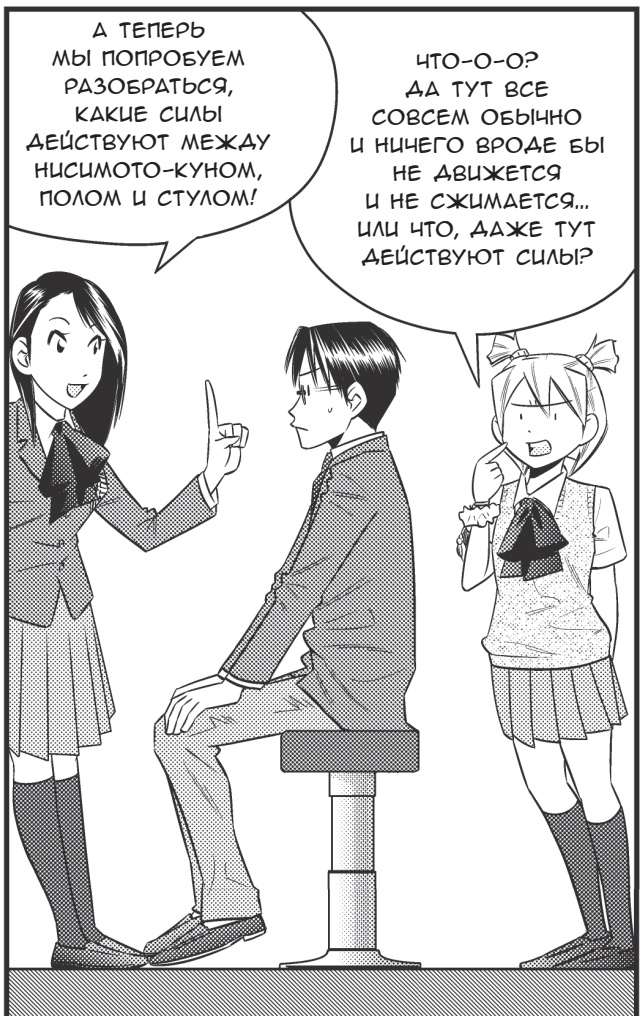
А-А-А, ТО ЕСТЬ ЭТО БЛАГОДАРЯ СИЛЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ТЕЛА МОГУТ МЕНЯТЬ ФОРМУ И ПЕРЕДВИГАТЬСЯ, ДА?
ИМЕННО ТАК! КСТАТИ...

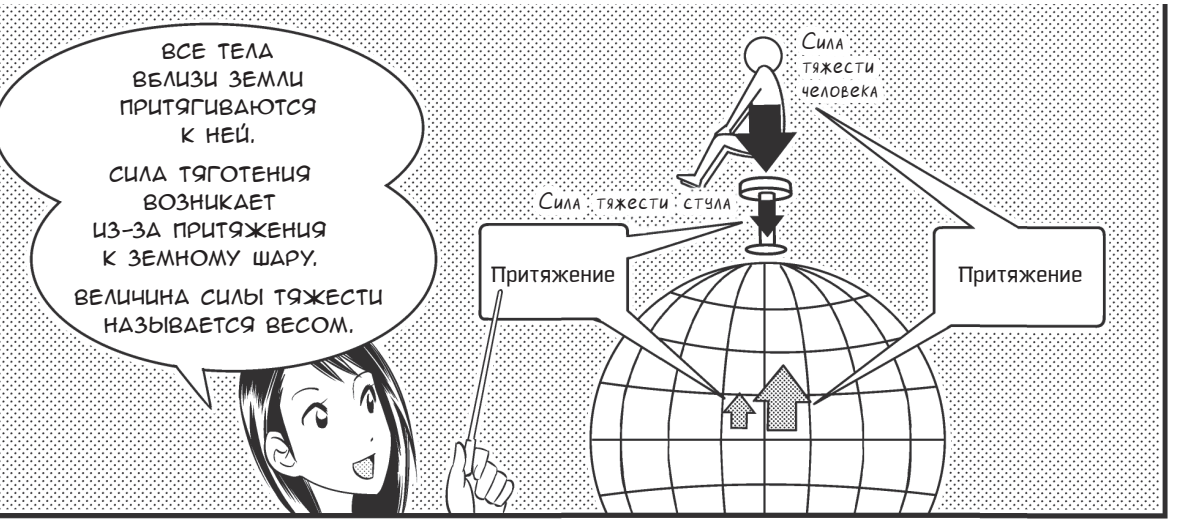
СИЛУ, КОТОРАЯ ДЕЙСТВУЕТ НА ТЕЛО ИЛИ ЕГО ЧАСТЬ ИЗВНЕ, НАЗЫВАЮТ **ВНЕШНЕЙ СИЛОЙ**, ИЛИ **НАГРУЗКОЙ**.

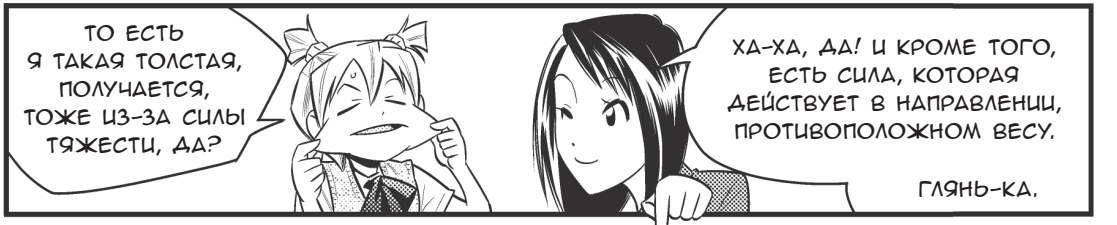


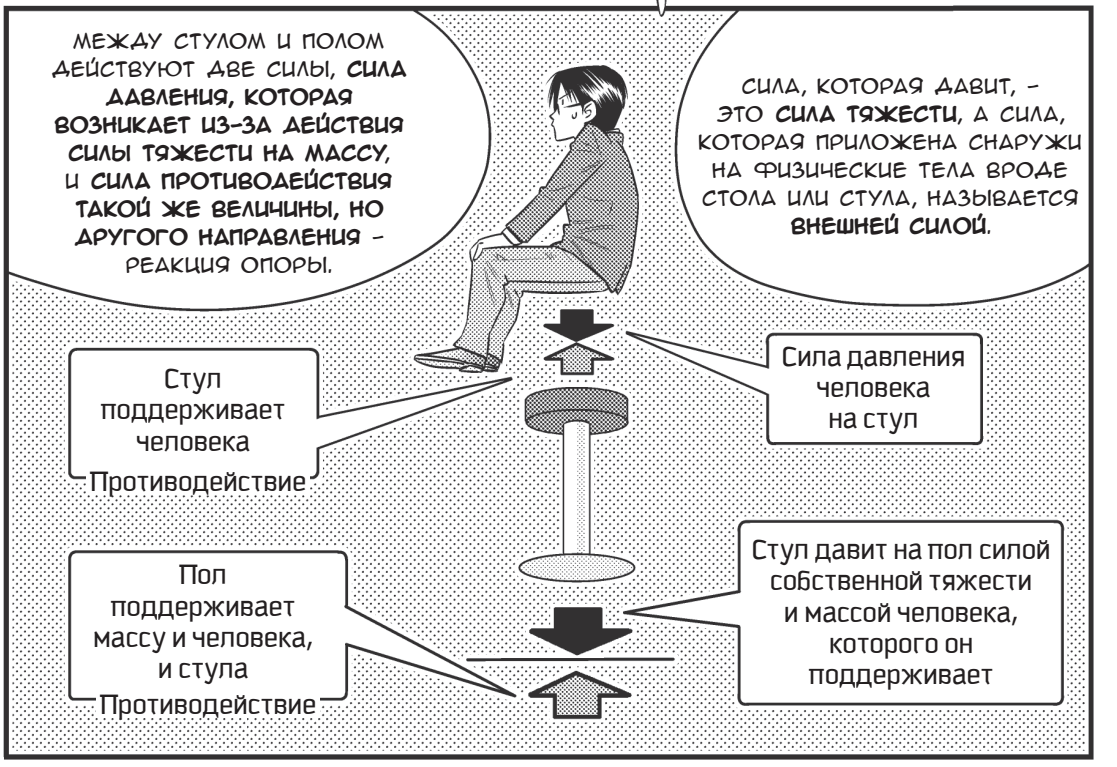
На рисунке конец стрелки называется местом приложения силы. Если сила направлена от тела (его растягивают), то это начало стрелки.

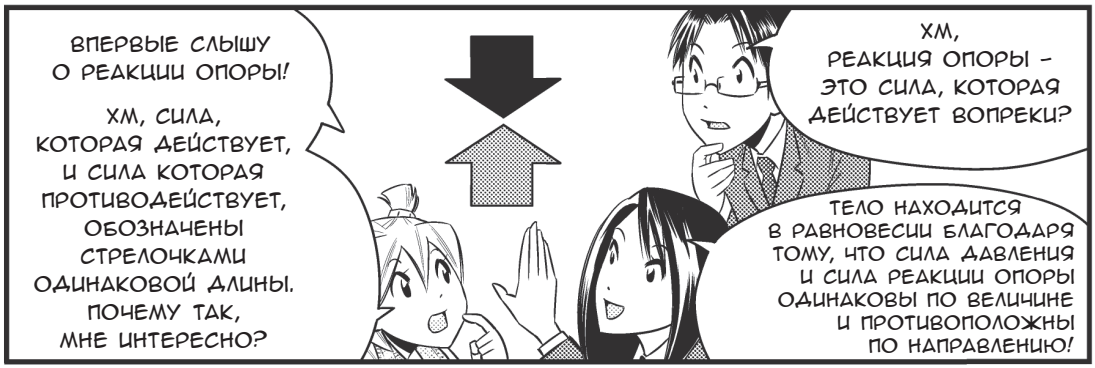
Сила, которая действует вопреки (сила реакции)

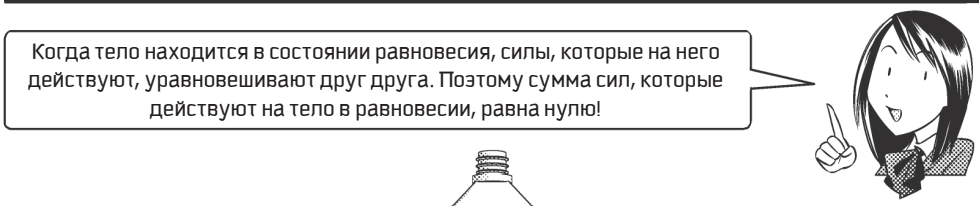


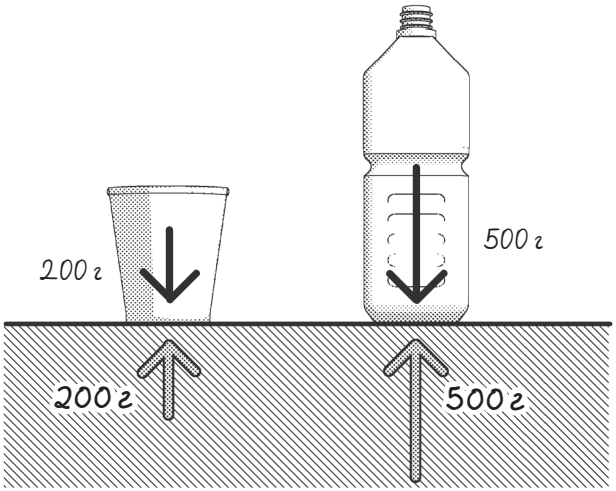

ВСЕ ТЕЛА ВБЛИЗИ ЗЕМЛИ ПРИТЯГИВАЮТСЯ К НЕЙ.
СИЛА ТЯГОТЕНИЯ ВОЗНИКАЕТ ИЗ-ЗА ПРИТЯЖЕНИЯ К ЗЕМНОМУ ШАРУ.
ВЕЛИЧИНА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НАЗЫВАЕТСЯ ВЕСОМ.
Сила тяжести человека
Сила тяжести стула
Притяжение
Притяжение

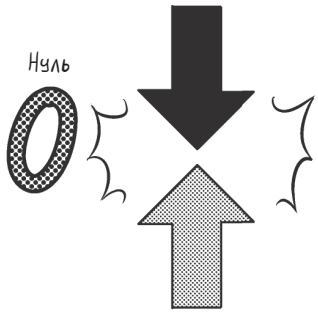

ТО ЕСТЬ Я ТАКАЯ ТОЛСТАЯ, ПОЛУЧАЕТСЯ, ТОЖЕ ИЗ-ЗА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ, ДА?
ХА-ХА, ДА! И КРОМЕ ТОГО, ЕСТЬ СИЛА, КОТОРАЯ ДЕЙСТВУЕТ В НАПРАВЛЕНИИ, ПРОТИВОПОЛОЖНОМ ВЕСУ.
ГЛЯНЬ-КА.


МЕЖДУ СТУЛОМ И ПОЛОМ ДЕЙСТВУЮТ ДВЕ СИЛЫ, **СИЛА ДАВЛЕНИЯ, КОТОРАЯ ВОЗНИКАЕТ ИЗ-ЗА ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА МАССУ,** И **СИЛА ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ТАКОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ, НО ДРУГОГО НАПРАВЛЕНИЯ** – РЕДАКЦИЯ ОПОРЫ.
СИЛА, КОТОРАЯ ДАВИТ, – ЭТО **СИЛА ТЯЖЕСТИ**, А СИЛА, КОТОРАЯ ПРИЛОЖЕНА СНАРУЖИ НА ФИЗИЧЕСКИЕ ТЕЛА ВРОДЕ СТОЛА ИЛИ СТУЛА, НАЗЫВАЕТСЯ **ВНЕШНЕЙ СИЛОЙ**.
Стул поддерживает человека
Противодействие
Сила давления человека на стул
Пол поддерживает массу и человека, и стула
Противодействие
Стул давит на пол силой собственной тяжести и массой человека, которого он поддерживает

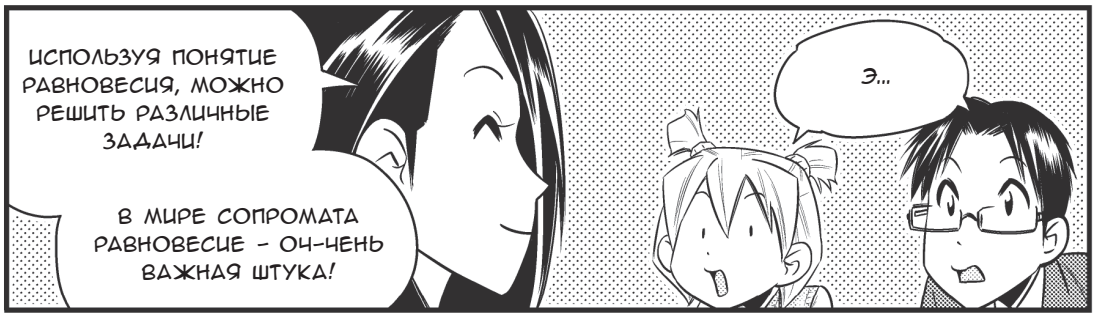






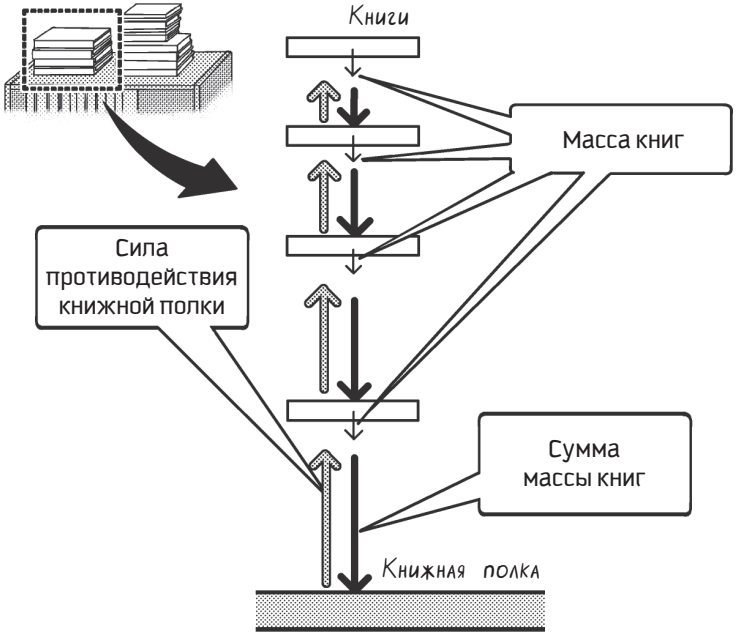


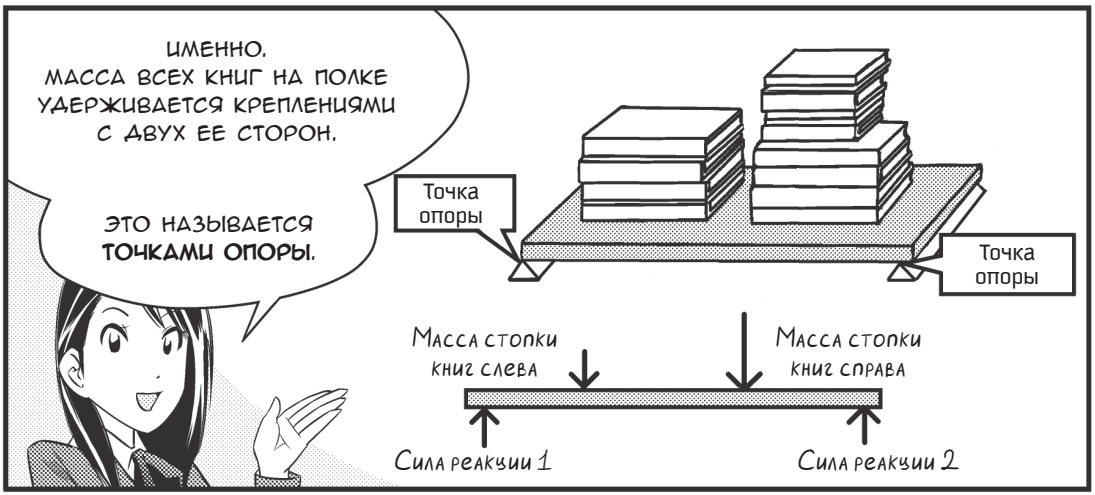
Тело находится в состоянии равновесия = Силы находятся в равновесии



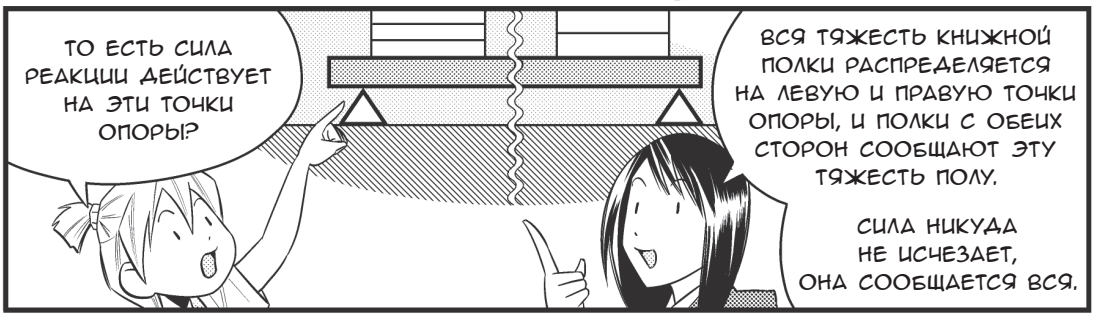
Крепко держимся (точка опоры)

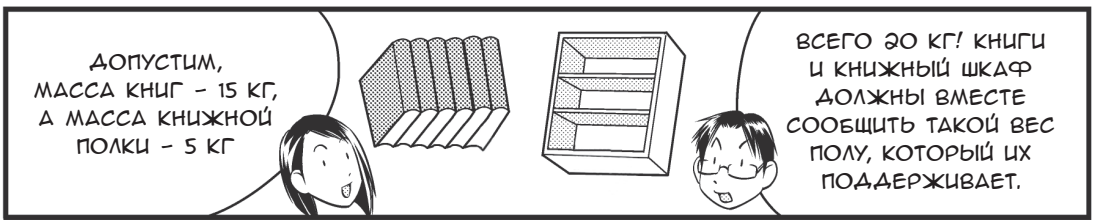
★ На каждую из сложенных книг действуют сила давления и противодействие

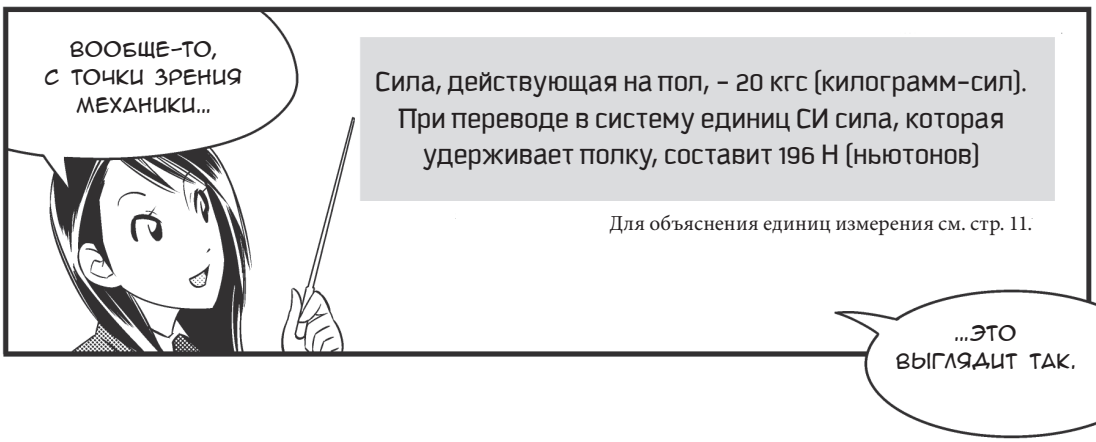




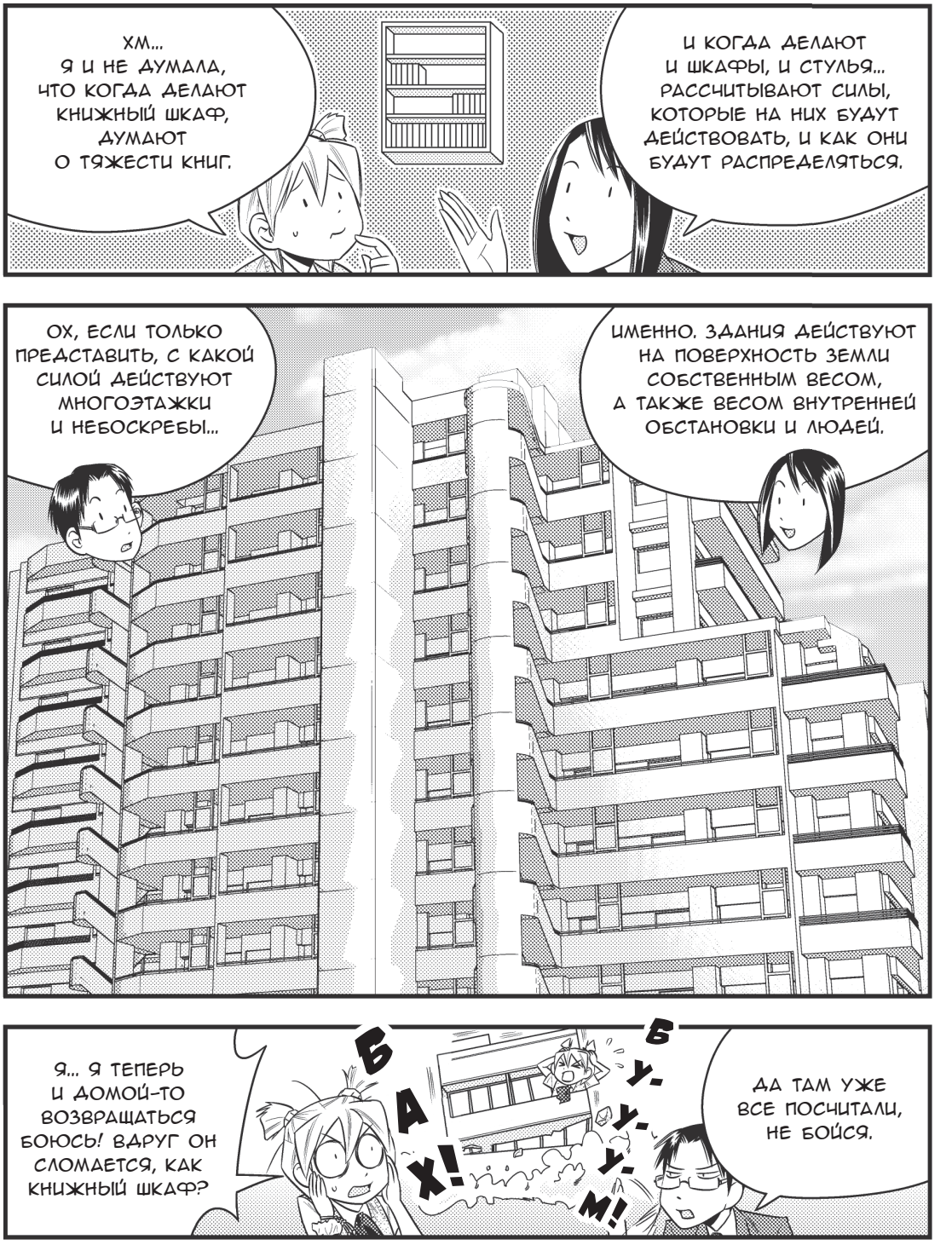
Примечания: силы противодействия слева и справа не всегда одинаковой величины. Здесь они обозначены как силы противодействия 1 и 2 соответственно.







Для объяснения единиц измерения см. стр. 11.


ХМ... Я И НЕ ДУМАЛА, ЧТО КОГДА ДЕЛАЮТ КНИЖНЫЙ ШКАФ, ДУМАЮТ О ТЯЖЕСТИ КНИГ.
И КОГДА ДЕЛАЮТ И ШКАФЫ, И СТУЛЬЯ... РАССЧИТЫВАЮТ СИЛЫ, КОТОРЫЕ НА НИХ БУДУТ ДЕЙСТВОВАТЬ, И КАК ОНИ БУДУТ РАСПРЕДЕЛЯТЬСЯ.
ОХ, ЕСЛИ ТОЛЬКО ПРЕДСТАВИТЬ, С КАКОЙ СИЛОЙ ДЕЙСТВУЮТ МНОГОЭТАЖКИ И НЕБОСКРЕБЫ...
ИМЕННО. ЗДАНИЯ ДЕЙСТВУЮТ НА ПОВЕРХНОСТЬ ЗЕМЛИ СОБСТВЕННЫМ ВЕСОМ, А ТАКЖЕ ВЕСОМ ВНУТРЕННЕЙ ОБСТАНОВКИ И ЛЮДЕЙ.
Я... Я ТЕПЕРЬ И ДОМОЙ-ТО ВОЗВРАЩАТЬСЯ БОЮСЬ! ВДРУГ ОН СЛОМАЕТСЯ, КАК КНИЖНЫЙ ШКАФ?
Б
А
Х!
Б
У-
У-
У-
М!
ДА ТАМ УЖЕ ВСЕ ПОСЧИТАЛИ, НЕ БОЙСЯ.

1 Н и 1 кгс - сколько это?

Изучая механику, важно помнить об единицах измерения.

Например, надо знать, что 1 кгс = 9,8 Н.

А теперь давайте разберемся с этим вместе с Ноно!

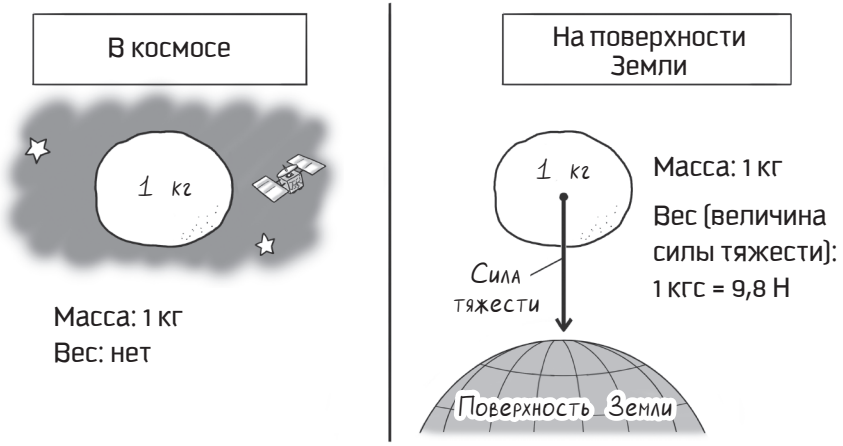
Сила тяжести, действующая на тело массой 1 кг на поверхности Земли, называется 1 кгс. Это сокращение от килограмм-силы. Например, когда мы говорили о книжной полке, мы использовали понятие килограмм-силы, чтобы отличить вес от массы.

В то же время 1 Н (ньютон) – это сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 и является единицей Международной системы единиц (СИ).

СИ – универсальная всемирная система измерения, однако нам проще воспользоваться другой системой единиц для выражения силы тяжести.

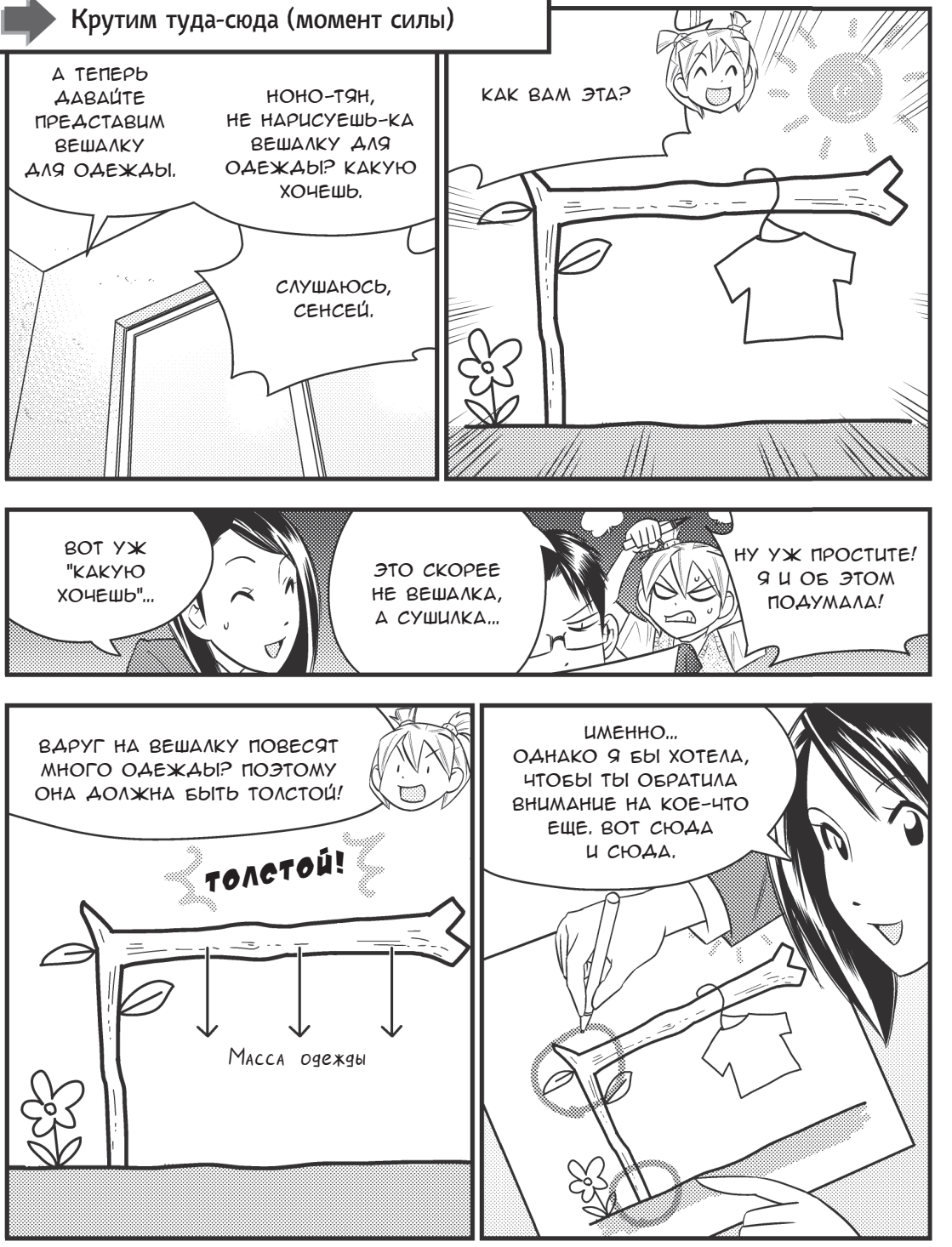
1 Н составляет примерно равен 0,102 кгс, следовательно, 1 Н – это сила тяжести, действующая на предмет массой в 102 г.

Сила величиной в 1 кгс, действующая на физическое тело массой в 1 кг, примерно равна 9,8 Н. Запомните, что 1 кгс = 9,8 Н.

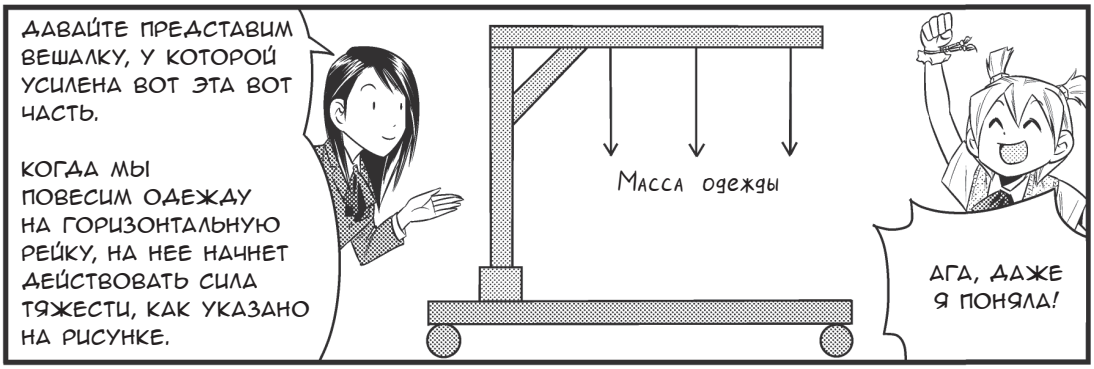


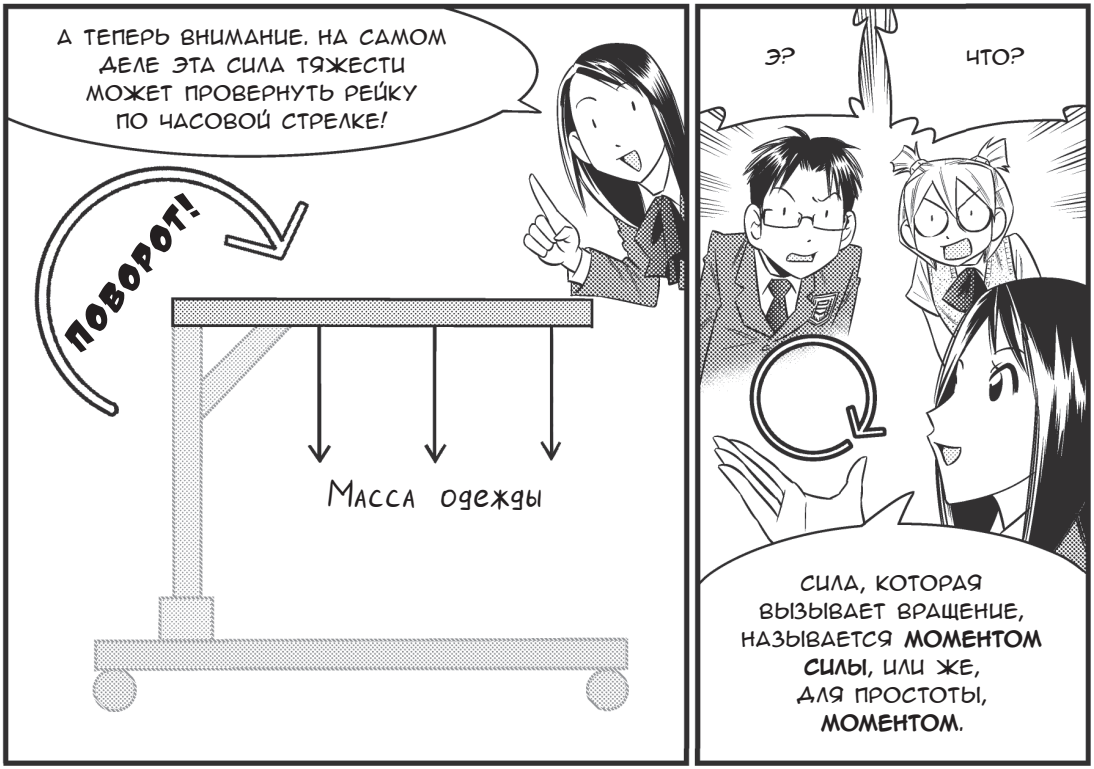
Ускорение – изменение скорости за единицу времени.
С изменением скорости тела двигаются быстрее или медленнее. Тела, которые находились в состоянии покоя, начинают движение.

Крутим туда-сюда (момент силы)

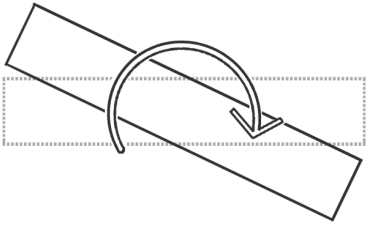


Э... ЭТО ВАЖНЫЕ МЕСТА?
КОНЕЧНО... ЕСЛИ НЕ ДУМАТЬ О НИХ, ЭТА СУШИЛКА, ОЙ, ПРОСТИТЕ, ВЕШАЛКА, ВМИГ СЛОМАЕТСЯ...
Э... УДИВИТЕЛЬНО.

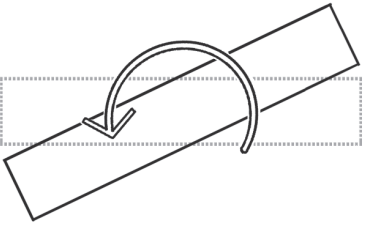

ДАВАЙТЕ ПРЕДСТАВИМ ВЕШАЛКУ, У КОТОРОЙ УСИЛЕНА ВОТ ЭТА ВОТ ЧАСТЬ.
КОГДА МЫ ПОВЕСИМ ОДЕЖДУ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ РЕЙКУ, НА НЕЕ НАЧНЕТ ДЕЙСТВОВАТЬ СИЛА ТЯЖЕСТИ, КАК УКАЗАНО НА РИСУНКЕ.
Масса одежды
АГА, ДАЖЕ Я ПОНЯЛА!


А ТЕПЕРЬ ВНИМАНИЕ. НА САМОМ ДЕЛЕ ЭТА СИЛА ТЯЖЕСТИ МОЖЕТ ПРОВЕРНУТЬ РЕЙКУ ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ!
ПОВОРОТ!
Масса одежды
Э?
ЧТО?
СИЛА, КОТОРАЯ ВЫЗЫВАЕТ ВРАЩЕНИЕ, НАЗЫВАЕТСЯ **МОМЕНТОМ СИЛЫ**, ИЛИ ЖЕ, ДЛЯ ПРОСТОТЫ, **МОМЕНТОМ**.

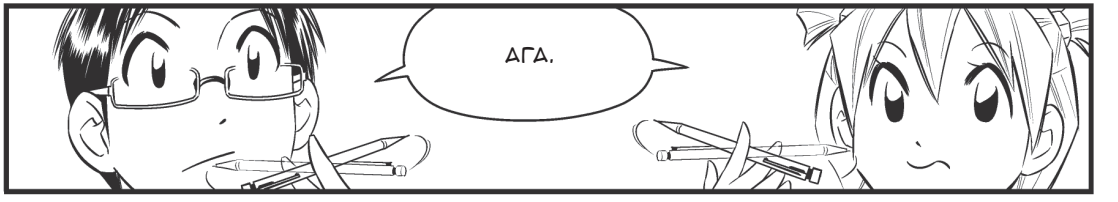
По часовой стрелке

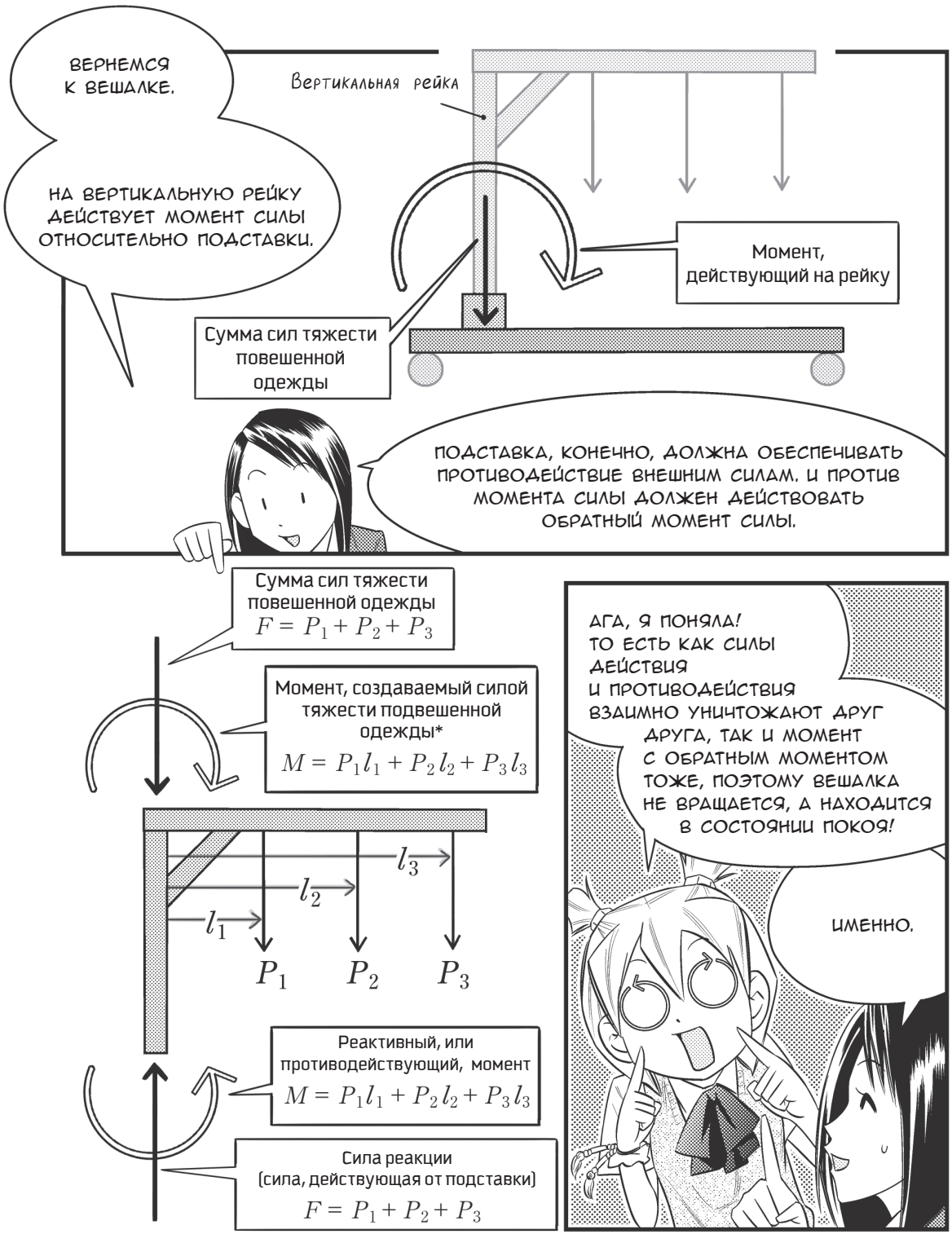


Против часовой стрелки

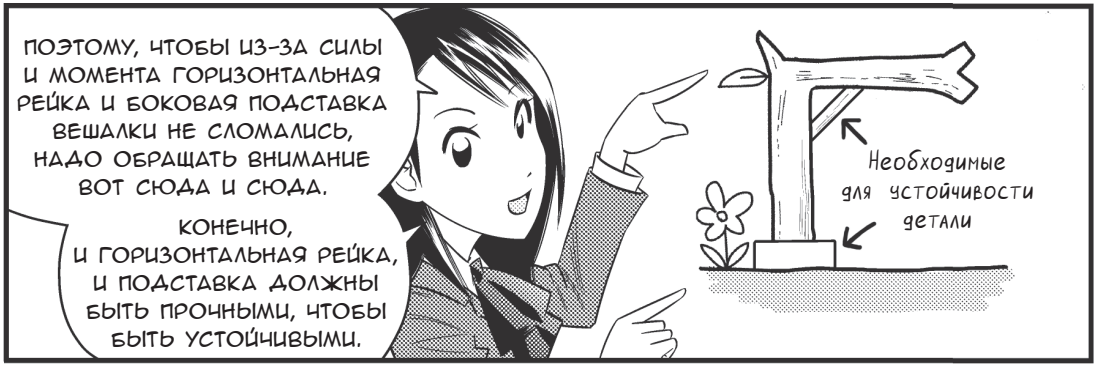


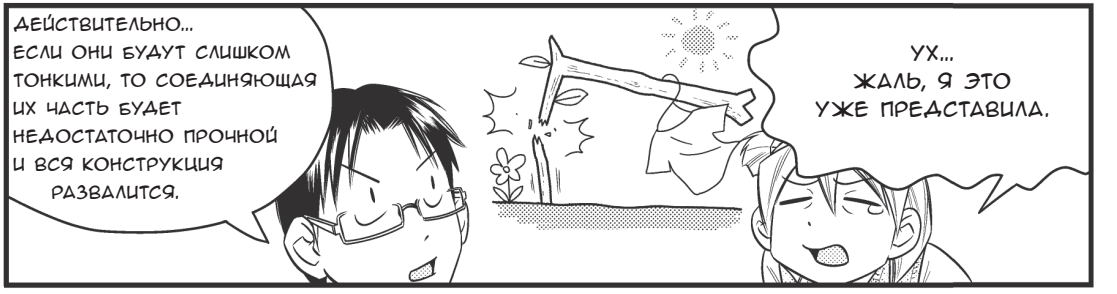
И то, и то – момент!





* Для расчета формулы момента см. стр. 27.

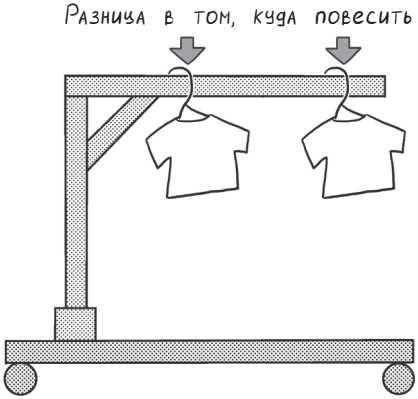

ПОЭТОМУ, ЧТОБЫ ИЗ-ЗА СИЛЫ И МОМЕНТА ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ РЕЙКА И БОКОВАЯ ПОДСТАВКА ВЕШАЛКИ НЕ СЛОМАЛИСЬ, НАДО ОБРАЩАТЬ ВНИМАНИЕ ВОТ СЮДА И СЮДА.
КОНЕЧНО, И ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ РЕЙКА, И ПОДСТАВКА ДОЛЖНЫ БЫТЬ ПРОЧНЫМИ, ЧТОБЫ БЫТЬ УСТОЙЧИВЫМИ.
Необходимые для устойчивости детали


ДЕЙСТВИТЕЛЬНО... ЕСЛИ ОНИ БУДУТ СЛИШКОМ ТОНКИМИ, ТО СОЕДИНЯЮЩАЯ ИХ ЧАСТЬ БУДЕТ НЕДОСТАТОЧНО ПРОЧНОЙ И ВСЯ КОНСТРУКЦИЯ РАЗВАЛИТСЯ.
УХ... ЖАЛЬ, Я ЭТО УЖЕ ПРЕДСТАВИЛА.

ПОЭТОМУ ПЕРВЫМ ДЕЛОМ РАССЧИТЫВАЮТ СИЛЫ И МОМЕНТЫ, КОТОРЫЕ БУДУТ ДЕЙСТВОВАТЬ НА КОНСТРУКЦИЮ.

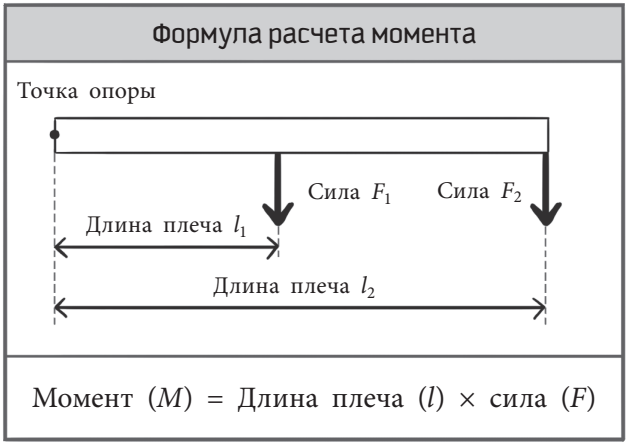
Разговоры о качельках (основы момента)

А теперь давайте поговорим о моменте силы. Например, в случае вешалки в зависимости от места расположения одежды момент тоже меняется.



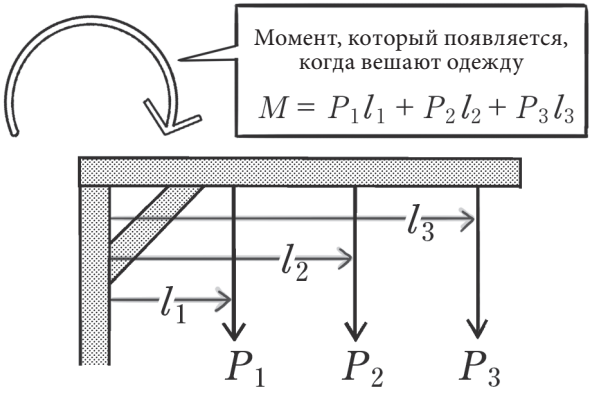
Э, даже если у одежды одинаковая масса?

Да. Когда вы увидите формулу расчета момента, то все поймете. Расстояние от точки опоры называют **длиной плеча рычага**, запомните это.

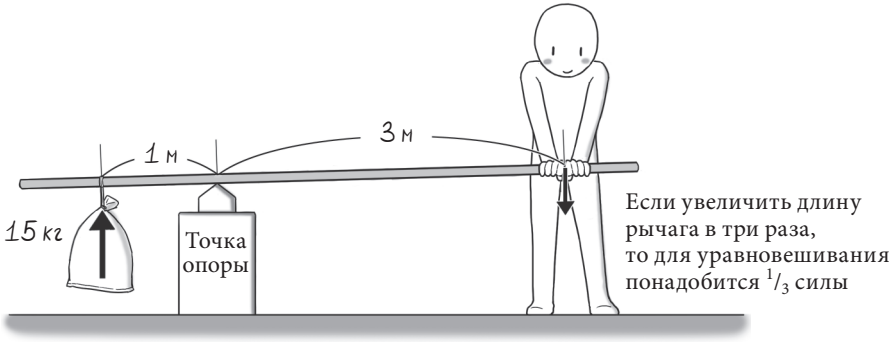


А, то есть чем дальше от точки опоры, тем больше момент!

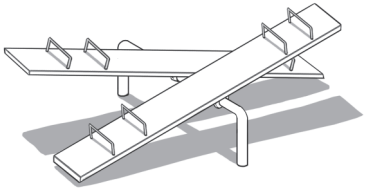
Хм, то есть длина рычага тоже важна? Теперь я понимаю, откуда берется момент силы вешалки.



Моменты бывают разные. В правиле рычага используют разницу его длин.



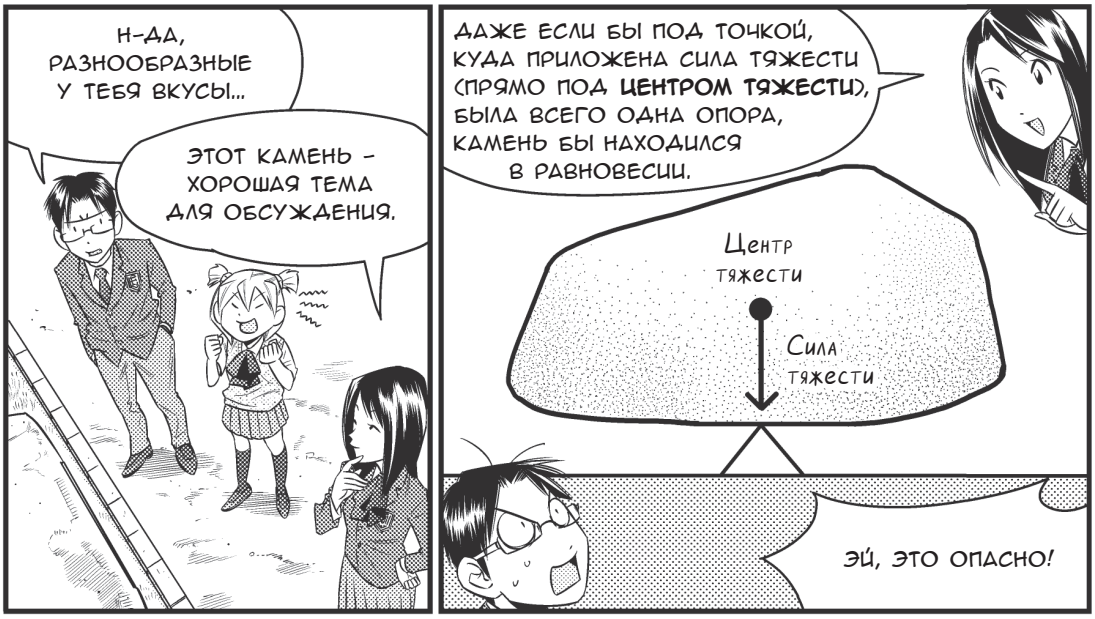
А причем тут качельки?



А... Все зависит от того, куда на качельках сядешь. Чем дальше от точки опоры, тем больше момент. Так, выбирая место, дети с разным весом могут весело качаться на них вместе с друзьями.

2. О РАВНОВЕСИИ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТЕЛО

Немного порисуем (силовая диаграмма свободных тел)



ИМЕННО! ЕСЛИ БАЛАНС НАРУШИТСЯ, КОНСТРУКЦИЯ РАЗВАЛИТСЯ. ПОСКОЛЬКУ ЭТО НЕБЕЗОПАСНО, ТО СОПРОМАТ С ТАКИМ НАРУШЕНИЕМ ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ДЕЛА НЕ ИМЕЕТ.

НАС ИНТЕРЕСУЮТ ТОЛЬКО ТВЕРДО ЗАКРЕПЛЕННЫЕ ТЕЛА.

ДАВАЙТЕ ПРЕДСТАВИМ СИЛЫ, КОТОРЫЕ ДЕЙСТВУЮТ НА ЭТОТ КАМЕНЬ. ПРЕЖДЕ ВСЕГО НАРИСУЕМ СИЛОВУЮ ДИАГРАММУ СВОБОДНОГО ТЕЛА.

С-СИЛОВУЮ Д-ДИАГРАММУ?

ТАКАЯ ДИАГРАММА ПОКАЗЫВАЕТ СИЛЫ, КОТОРЫЕ ДЕЙСТВУЮТ НА ФИЗИЧЕСКОЕ ТЕЛО. ПОЛЬЗУЯСЬ ПОДОБНОЙ ДИГРАММОЙ, ЛЕГКО ПОНЯТЬ, ЧТО ТАКОЕ СОСТОЯНИЕ РАВНОВЕСИЯ.

Д?

?

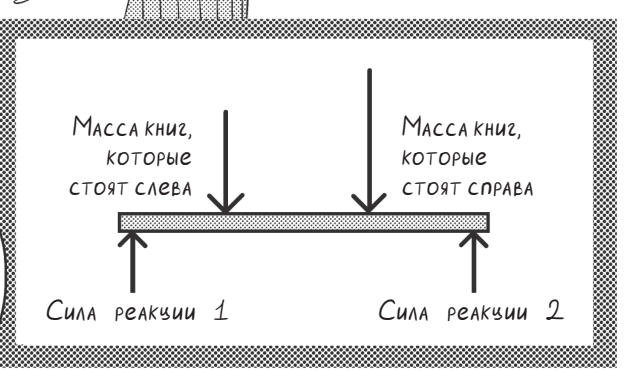
ЭТО СОВСЕМ НЕСЛОЖНО! Я ЖЕ ЗНАЮ, КАК ЭТО ДЕЛАЕТСЯ. НУ-КА, ДАВАЙТЕ НАРИСУЕМ СИЛОВУЮ ДИАГРАММУ ЭТОЙ ПОЛКИ!

Точка опоры

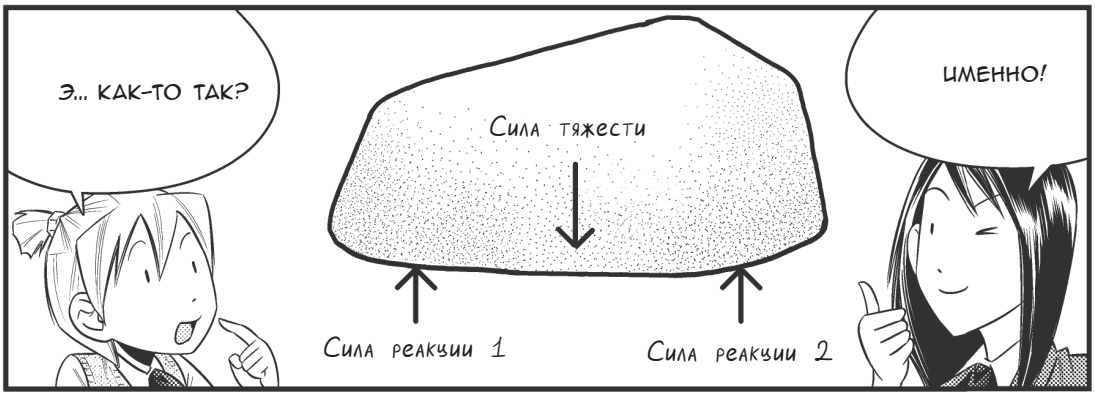
Точка опоры

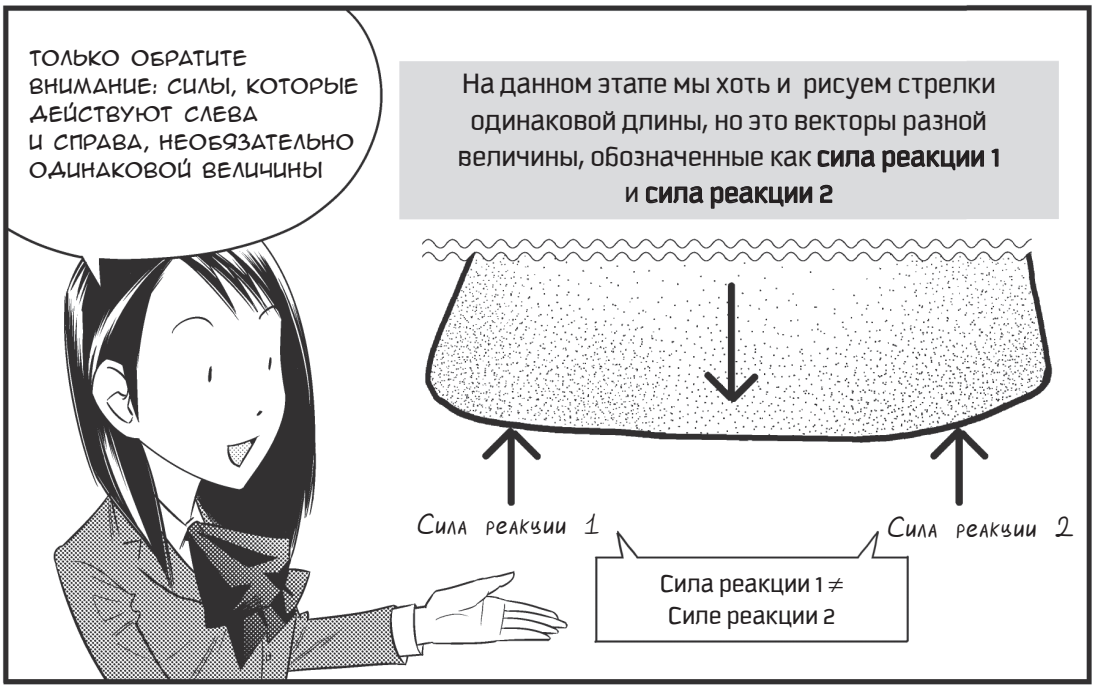
Д-Д-Д, ТЫ ОБ ЭТОМ?

Я ТАК ТОЖЕ МОГУ. МОЖНО ЖЕ ИЗОБРАЗИТЬ ВЕКТОРАМИ СИЛЫ, КОТОРЫЕ ДЕЙСТВУЮТ НА ТОЧКУ ОПОРЫ И КОТОРЫЕ УДЕРЖИВАЮТ ПОЛКУ.



Это силовая диаграмма свободного тела!

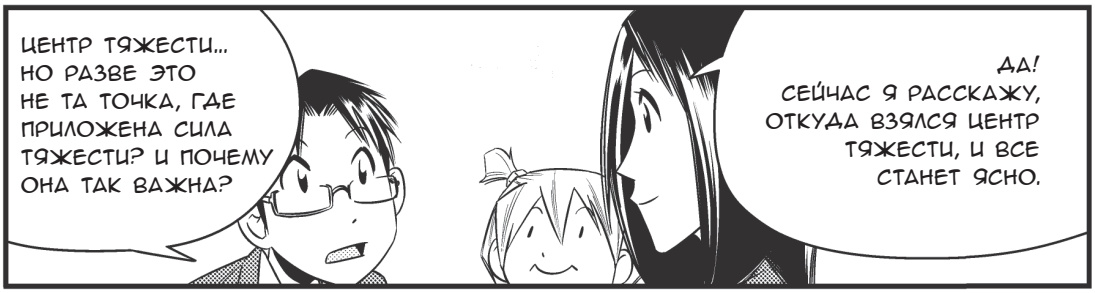

Э... КАК-ТО ТАК?
Сила тяжести
Сила реакции 1
Сила реакции 2
ИМЕННО!

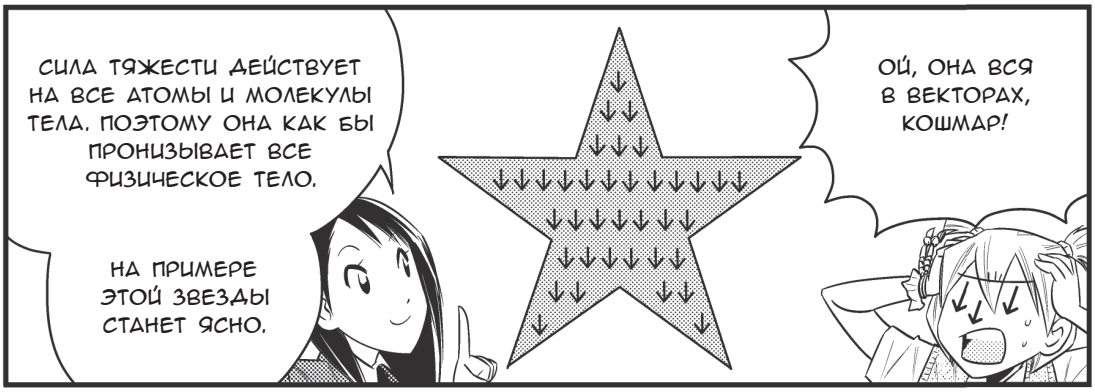

ТОЛЬКО ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: СИЛЫ, КОТОРЫЕ ДЕЙСТВУЮТ СЛЕВА И СПРАВА, НЕОБЯЗАТЕЛЬНО ОДИНАКОВОЙ ВЕЛИЧИНЫ
На данном этапе мы хоть и рисуем стрелки одинаковой длины, но это векторы разной величины, обозначенные как **сила реакции 1** и **сила реакции 2**
Сила реакции 1
Сила реакции 2
Сила реакции 1 ≠ Силе реакции 2

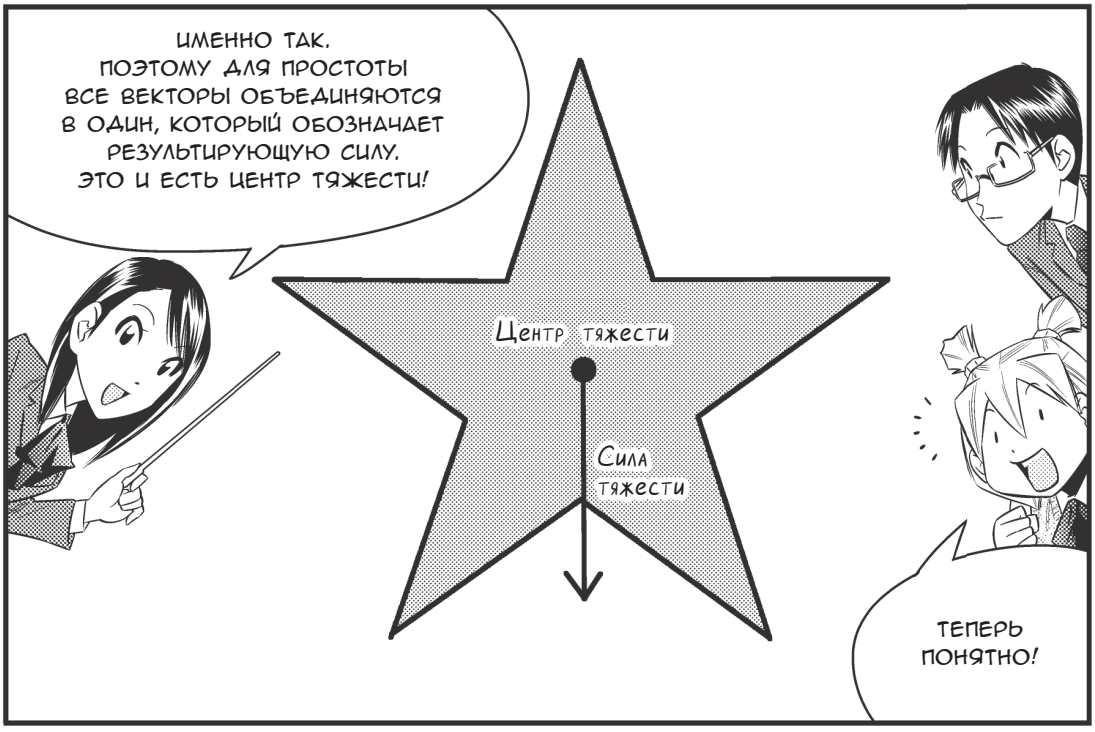
АГА, ТО ЕСТЬ ДЕЛО В ТОМ, ЧТО СИЛА РЕАКЦИИ 1 И СИЛА РЕАКЦИИ 2 НЕ РАВНЫ, МОЖЕТ БЫТЬ И ТАК?
ИМЕННО!
НАСТОЛЬКО ПРОСТО, ЧТО ДАЖЕ И НОНО ПОНЯТЬ МОЖЕТ.

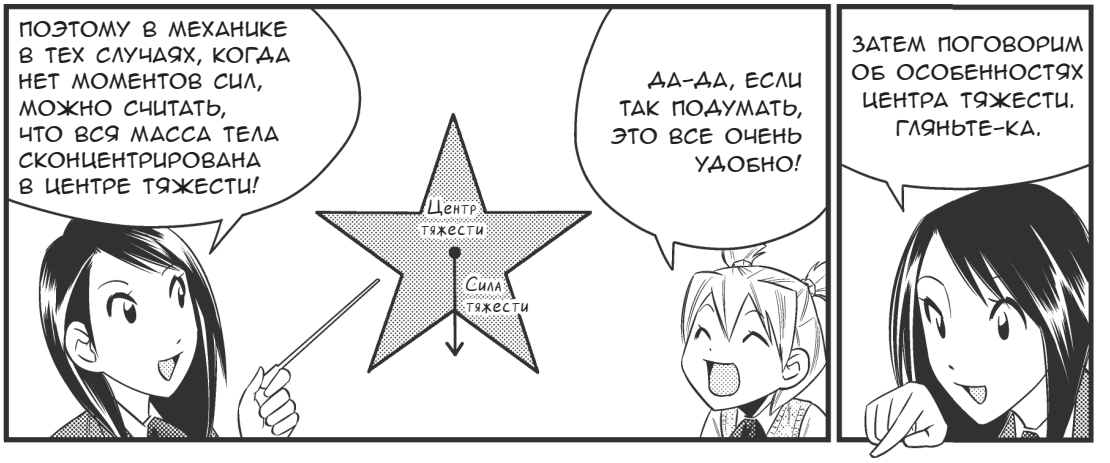
Одно уравновешивает другое (о силе и моменте силы)

Формула равновесия – это:
Сила тяжести =
Сила реакции 1 +
Сила реакции 2


ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ... НО РАЗВЕ ЭТО НЕ ТА ТОЧКА, ГДЕ ПРИЛОЖЕНА СИЛА ТЯЖЕСТИ? И ПОЧЕМУ ОНА ТАК ВАЖНА?
ДА! СЕЙЧАС Я РАССКАЖУ, ОТКУДА ВЗЯЛСЯ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ, И ВСЕ СТАНЕТ ЯСНО.

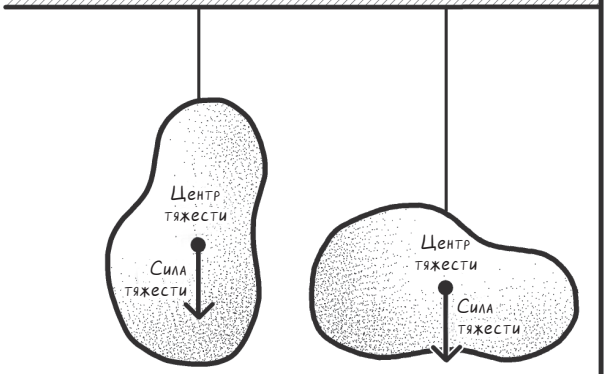

СИЛА ТЯЖЕСТИ ДЕЙСТВУЕТ НА ВСЕ АТОМЫ И МОЛЕКУЛЫ ТЕЛА. ПОЭТОМУ ОНА КАК БЫ ПРОНИЗЫВАЕТ ВСЕ ФИЗИЧЕСКОЕ ТЕЛО.
НА ПРИМЕРЕ ЭТОЙ ЗВЕЗДЫ СТАНЕТ ЯСНО.
ОЙ, ОНА ВСЯ В ВЕКТОРАХ, КОШМАР!

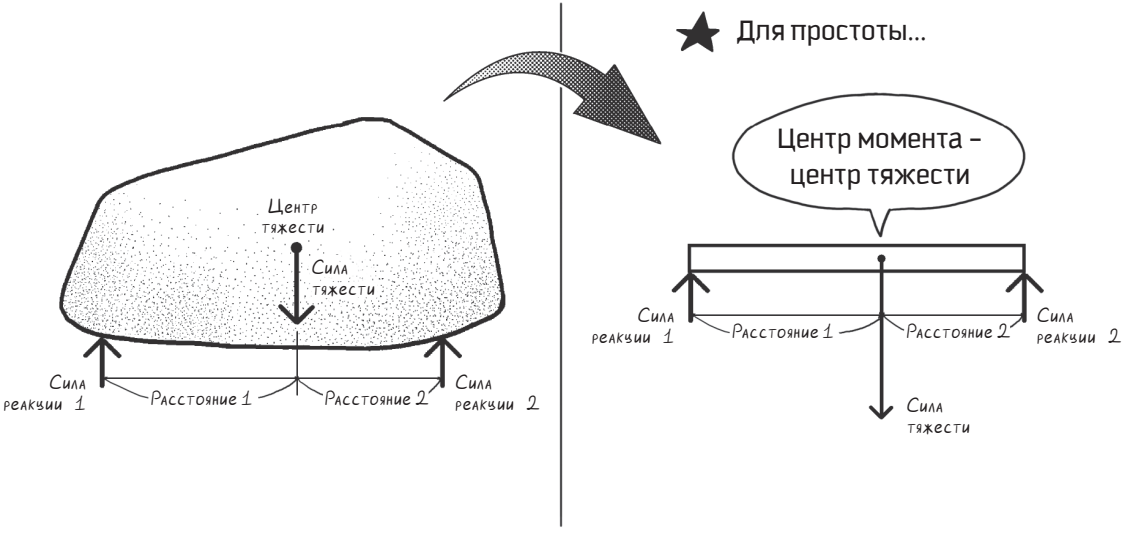

ИМЕННО ТАК. ПОЭТОМУ ДЛЯ ПРОСТОТЫ ВСЕ ВЕКТОРЫ ОБЪЕДИНЯЮТСЯ В ОДИН, КОТОРЫЙ ОБОЗНАЧАЕТ РЕЗУЛЬТИРУЮЩУЮ СИЛУ. ЭТО И ЕСТЬ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ!
Центр тяжести
Сила тяжести
ТЕПЕРЬ ПОНЯТНО!

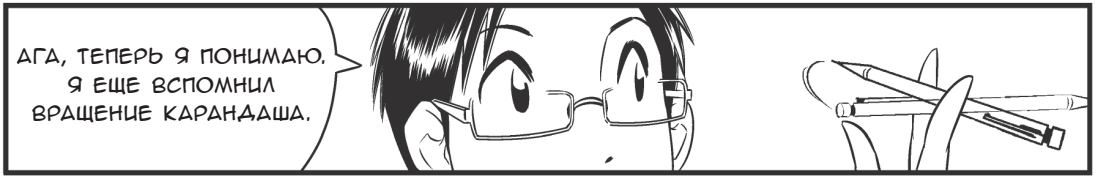


ОСОБЕННОСТИ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

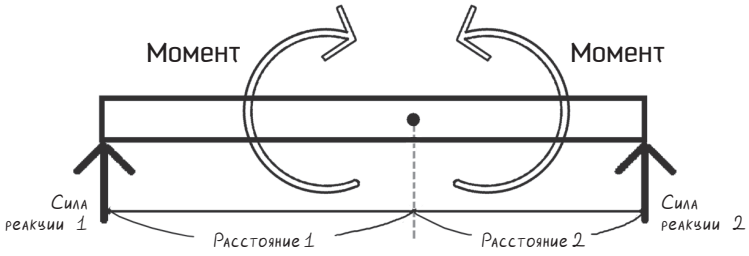
- ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ – ТОЧКА, ИЗ КОТОРОЙ НАПРАВЛЕНА СИЛА ТЯЖЕСТИ.
- ЕСЛИ ТЕЛО ЗАКРЕПЛЕНО НА ОДНОМ ПОДВЕСЕ, ТО ЕГО ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ УРАВНОВЕШЕН. СИЛЫ НАХОДЯТСЯ В РАВНОВЕСИИ, ТЕЛО НЕ ВРАЩАЕТСЯ = СОЗДАВАЕМЫЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ МОМЕНТ РАВЕН НУЛЮ.







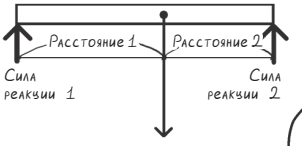
- Сила тяжести уравновешена на плечах рычага, поэтому момент не действует.
- Сила реакции 1 создаст момент, равный (сила реакции 1) × (расстояние 1), который обеспечит вращение по часовой стрелке.
- Сила реакции 2 создаст момент, равный (сила реакции 2) × (расстояние 2), который обеспечит вращение против часовой стрелки.



ИМЕННО! И КАК ВЫ МОЖЕТЕ ВИДЕТЬ ИЗ СВОЙСТВ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, ЭТИ ДВА МОМЕНТА НАХОДЯТСЯ В РАВНОВЕСИИ, И ИХ СУММА РАВНА НУЛЮ!

НУЛЬ!

Формула равновесия моментов:
Сила реакции 1 × Расстояние 1 =
Сила реакции 2 × Расстояние 2



...БУДЕТ ВЫГЛЯДЕТЬ ТАК?

ИМЕННО! А ЕСЛИ МЫ ДОБАВИМ К ЭТОМУ ЕЩЕ И ФОРМУЛУ РАВНОВЕСИЯ: СИЛА ТЯЖЕСТИ = СИЛА РЕАКЦИИ 1 + СИЛА РЕАКЦИИ 2, ТО СМОЖЕМ РЕШИТЬ ДВЕ ЗАДАЧИ.

Сила реакции 1 = (Сила тяжести × Расстояние 2) /
(Расстояние 1 + Расстояние 2)
Сила реакции 2 = Сила тяжести × Расстояние 1) /
(Расстояние 1 + Расстояние 2)

ТАК МЫ НАХОДИМ СИЛУ РЕАКЦИИ 1 И СИЛУ РЕАКЦИИ 2

ВОСХИТИТЕЛЬНО!

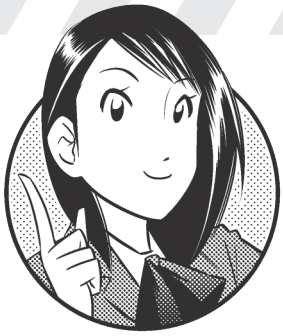
ТАКИМ ОБРАЗОМ, ЧТОБЫ РАССЧИТАТЬ МОМЕНТ, ДЕЙСТВУЮЩИЙ НА ФИЗИЧЕСКОЕ ТЕЛО, НАДО ЗНАТЬ, ГДЕ ЕГО ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ?

ПРЯМО ПОЙДЕШЬ...

ИМЕННО! И ПОЭТОМУ **ФОРМУЛА РАВНОВЕСИЯ СИЛ** И **ФОРМУЛА РАВНОВЕСИЯ МОМЕНТОВ** ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В МЕХАНИКЕ И ОЧЕНЬ, ОЧЕНЬ ВАЖНЫЕ.

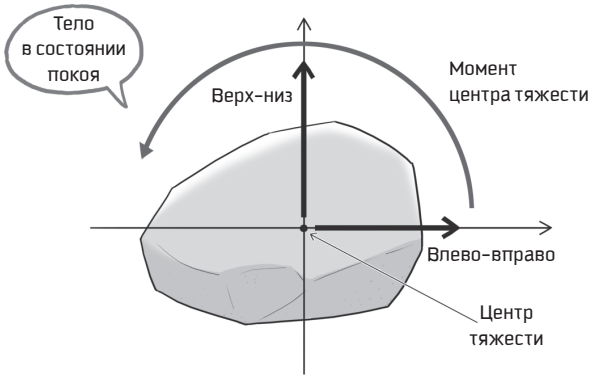
ДАВАЙТЕ-КА ЗАПОМНИМ ИХ!

Трехмерность и степени свободы



Задача о камне, которую мы только что разобрали, была двухмерной задачей, где работала только гравитация. А что будет в случае трех измерений? На самом деле **формула равновесия сил** и **формула равновесия моментов** верны и для физических тел, которые находятся в состоянии покоя в трех измерениях. В этих случаях также важен центр тяжести.

Сумма сил, которые действуют на тело, находящееся в состоянии покоя, равна нулю. Это верно для любого тела, которое находится в таком состоянии. Используя эти понятия, мы можем решать механические проблемы с использованием математики.

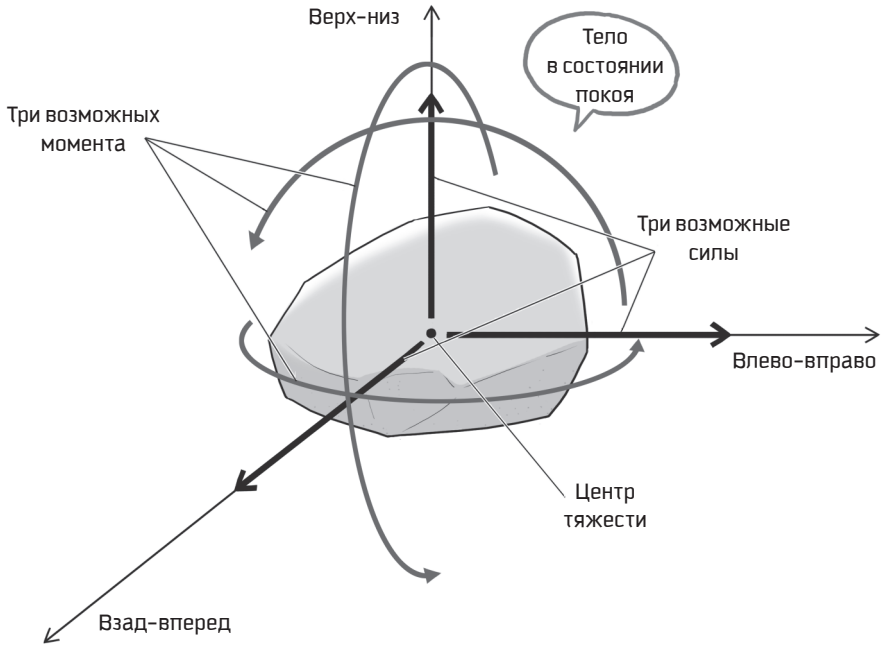


Степени свободы тела
в двухмерном пространстве

Прежде всего представим камень в двухмерном пространстве. В двух измерениях тело передвигается на плоскости, как указано на рисунке выше, оно может вращаться, передвигаться вверх-вниз, влево или вправо.

Когда физическое тело находится в состоянии покоя – иными словами, оно не движется и не вращается (когда тело закреплено, то учитываются и силы реакции), сумма сил, действующих по осям вверх-вниз, влево-вправо, равна нулю, так же как и сумма моментов.

Теперь давайте подсчитаем количество степеней свободы на рисунке выше. Их три, верно? Иными словами, количество направлений и вращений, по которым может свободно передвигаться тело, равняется трем. Это называется **три степени свободы**.



Степени свободы тела в трехмерном пространстве

А теперь подсчитаем степени свободы в трехмерном пространстве.

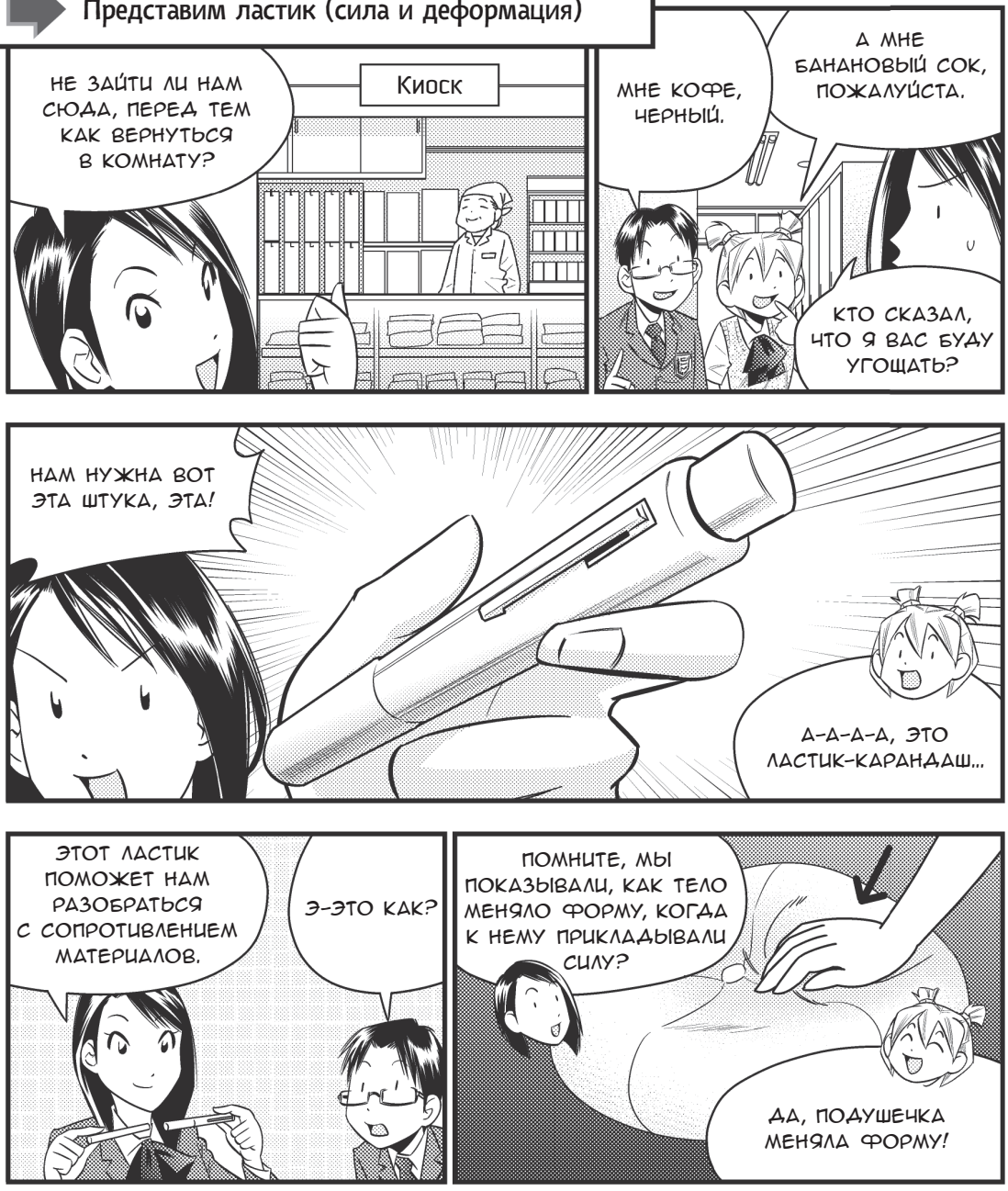
Это немного сложнее, но тем не менее когда тело, находящееся в пространстве на рисунке выше, не передвигается вверх-вниз, вперед-назад, влево-вправо, а также не вращается вверх-вниз, вперед-назад и влево-вправо (когда тело закреплено, то учитывается и сила реакции), то сумма сил, действующих по осям вверх-вниз, вперед-назад, влево-вправо, равна нулю, как и сумма моментов по осям вверх-вниз, вперед-назад, влево-вправо.

Поэтому сумма степеней свободы на данном рисунке равна 6.

Иными словами, количество направлений, по которым может свободно передвигаться тело, равняется шести. Это называется **шесть степеней свободы**.

С увеличением **числа степеней свободы** решение задач в трехмерном пространств становится сложнее, поэтому чтобы начать их решать, надо накрепко усвоить, как решать задачи в двухмерном пространстве.

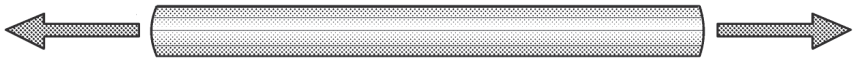
Представим ластик (сила и деформация)



★ В зависимости от приложенной силы деформации бывают разные.

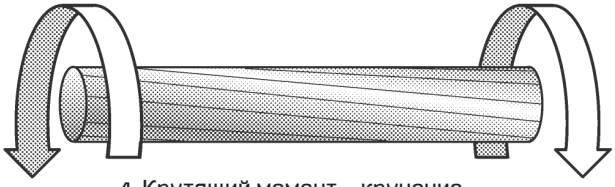
Обычное состояние

1. Сила сжатия (сжимающая нагрузка) – сжатие



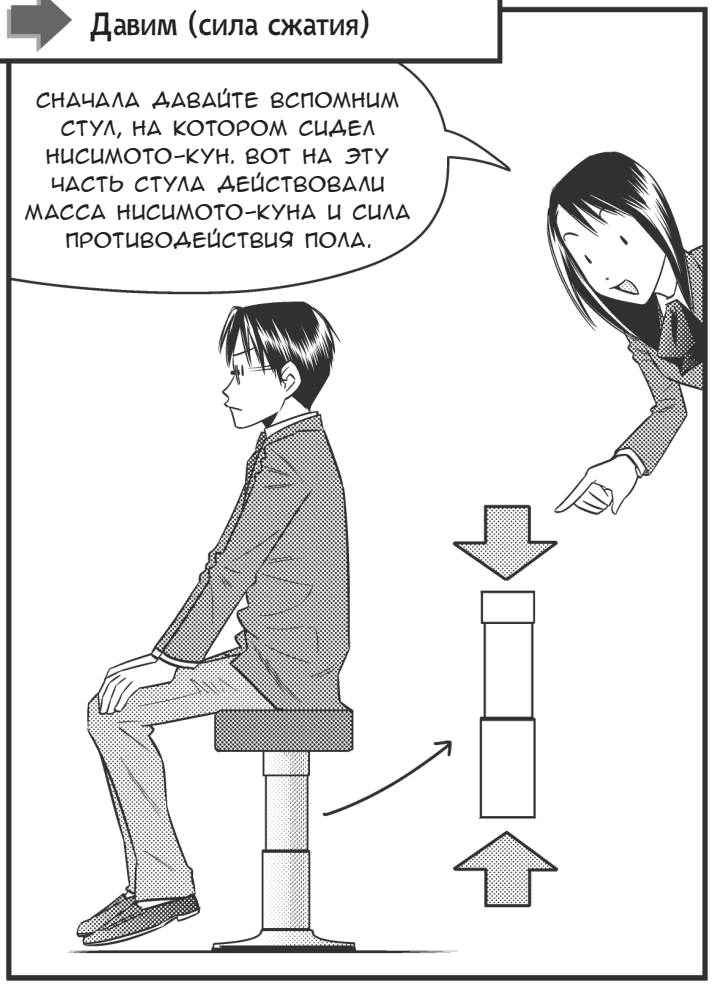
2. Сила растяжения (растягивающая нагрузка) – растяжение

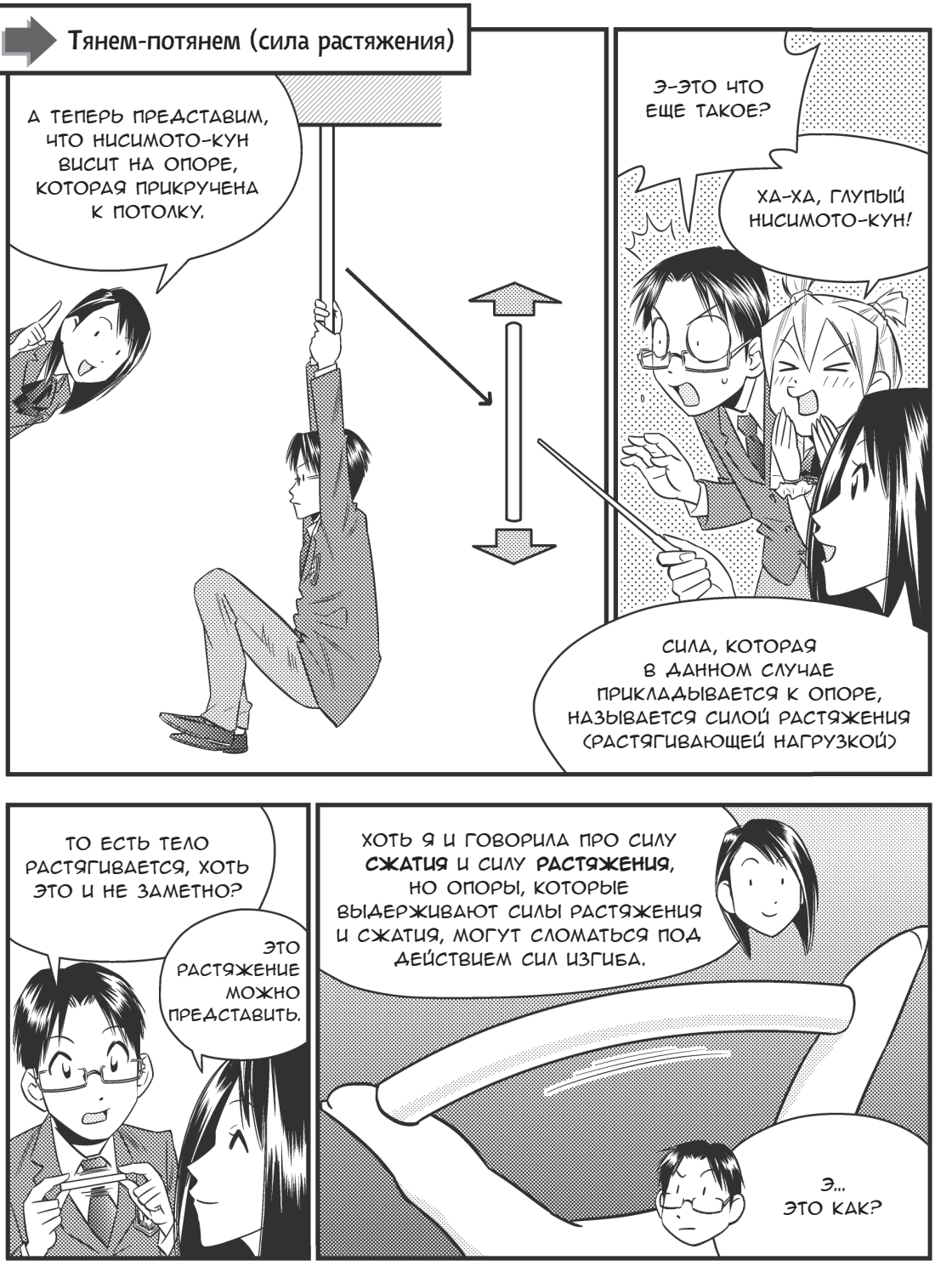
3. Изгибающий момент – изгиб



4. Крутящий момент – кручение

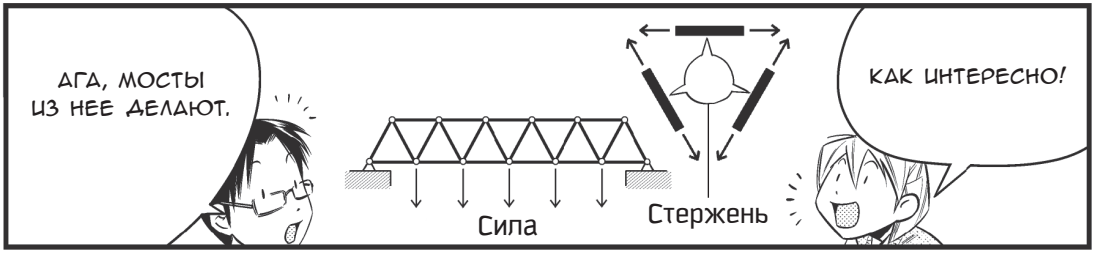
Давим (сила сжатия)



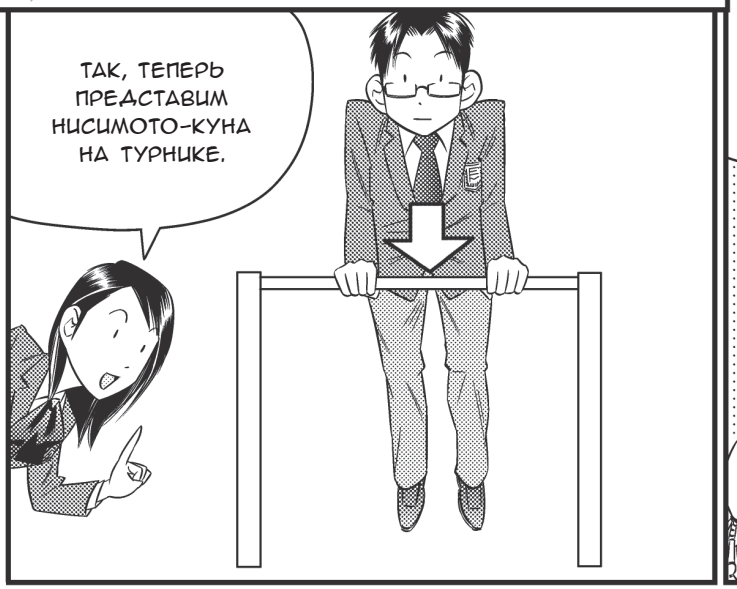

Тянем-потянем (сила растяжения)
А ТЕПЕРЬ ПРЕДСТАВИМ, ЧТО НИСИМОТО-КУН ВИСИТ НА ОПОРЕ, КОТОРАЯ ПРИКРУЧЕНА К ПОТОЛКУ.
Э-ЭТО ЧТО ЕЩЕ ТАКОЕ?
ХА-ХА, ГЛУПЫЙ НИСИМОТО-КУН!
СИЛА, КОТОРАЯ В ДАННОМ СЛУЧАЕ ПРИКЛАДЫВАЕТСЯ К ОПОРЕ, НАЗЫВАЕТСЯ СИЛОЙ РАСТЯЖЕНИЯ (РАСТЯГИВАЮЩЕЙ НАГРУЗКОЙ)
ТО ЕСТЬ ТЕЛО РАСТЯГИВАЕТСЯ, ХОТЬ ЭТО И НЕ ЗАМЕТНО?
ЭТО РАСТЯЖЕНИЕ МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ.
ХОТЬ Я И ГОВОРИЛА ПРО СИЛУ СЖАТИЯ И СИЛУ РАСТЯЖЕНИЯ, НО ОПОРЫ, КОТОРЫЕ ВЫДЕРЖИВАЮТ СИЛЫ РАСТЯЖЕНИЯ И СЖАТИЯ, МОГУТ СЛОМАТЬСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ИЗГИБА.
Э... ЭТО КАК?

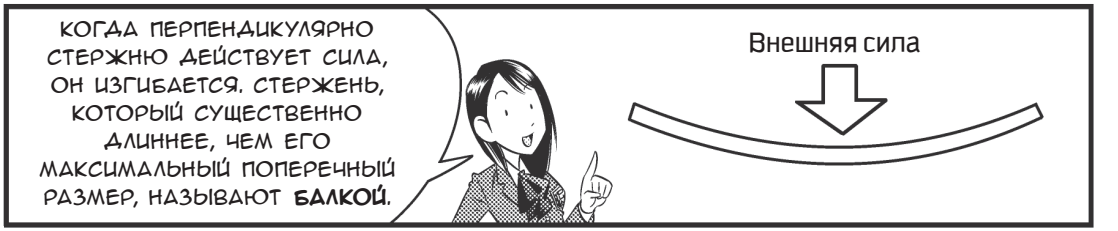
Смотри, если погнуть зубочистку, она сломается.
гнется
хрясь!
И правда... была одна, стало две.

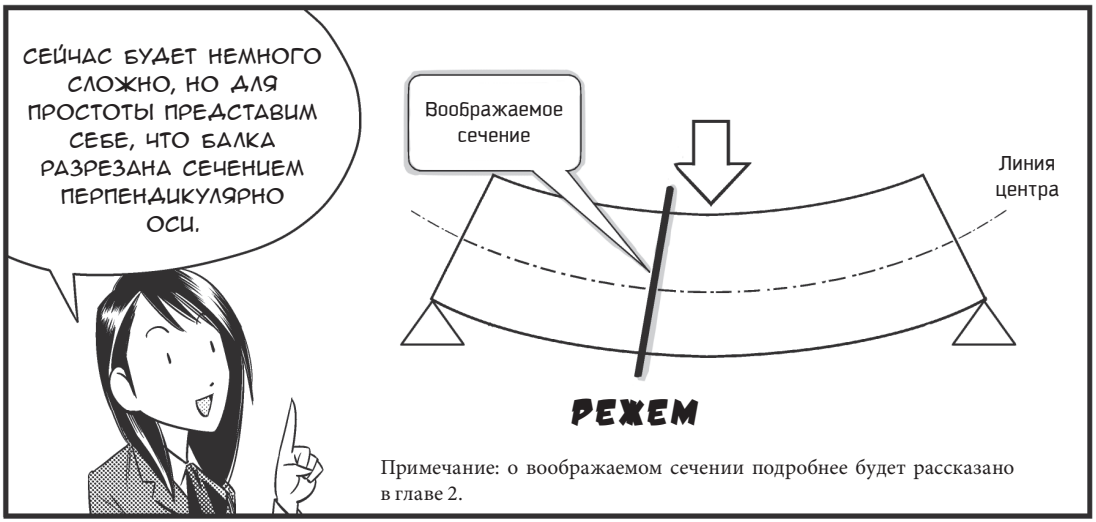
Поэтому при проектировке прочных конструкций рассчитывают только **силы растяжения и изгиба**.
И отсюда появилась такая вещь, как ферма. Ее часто используют при строительстве мостов.
Она состоит из многочисленных стержней, и если разобрать ее на отдельные элементы, в них возникают только силы растяжения и сжатия.


Ага, мосты из нее делают.
Сила
Стержень
Как интересно!

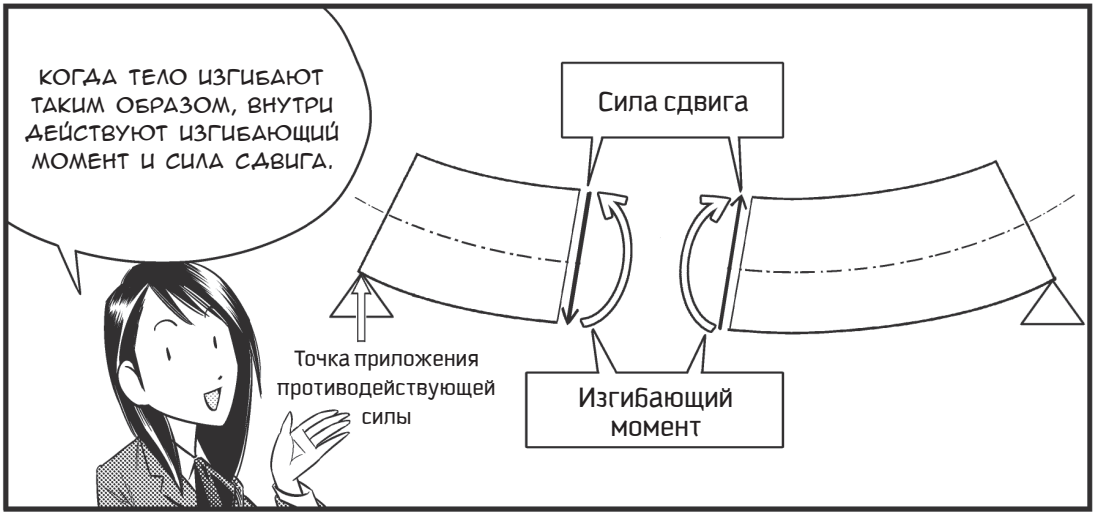
Крутим (изгибающий момент и сила сдвига)







Примечание: о воображаемом сечении подробнее будет рассказано в главе 2.

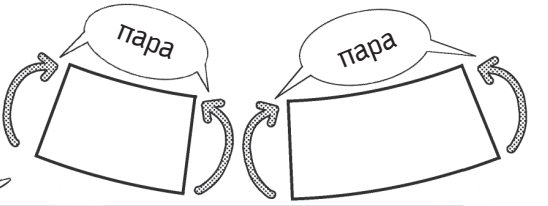


ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ ВОЗНИКАЕТ, КОГДА БАЛКА ГНЕТСЯ.

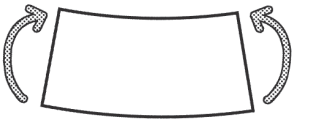
ПРИ ЭТОМ ВОЗНИКАЕТ МОМЕНТ, ПРОТИВОДЕЙСТВУЮЩИЙ ИЗГИБАЮЩЕМУ МОМЕНТУ. У НИХ ДВЕ ПАРЫ, ПОЭТОМУ ОНИ УРАВНОВЕШИВАЮТ ДРУГ ДРУГА.

Момент изгиба

Равновесие моментов показано на данном предполагаемом сечении



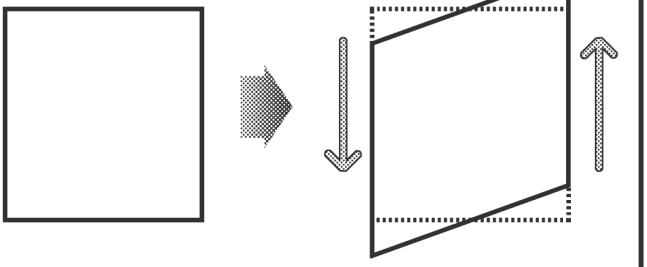
А ДВЕ ПАРЫ, ПОТОМУ ЧТО ИЗГИБ СЛЕВА И СПРАВА?



А, ТО ЕСТЬ ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СИЛЫ НАХОДЯТСЯ В РАВНОВЕСИИ, И ПОЭТОМУ ПОЯВЛЯЕТСЯ ИЗГИБ!

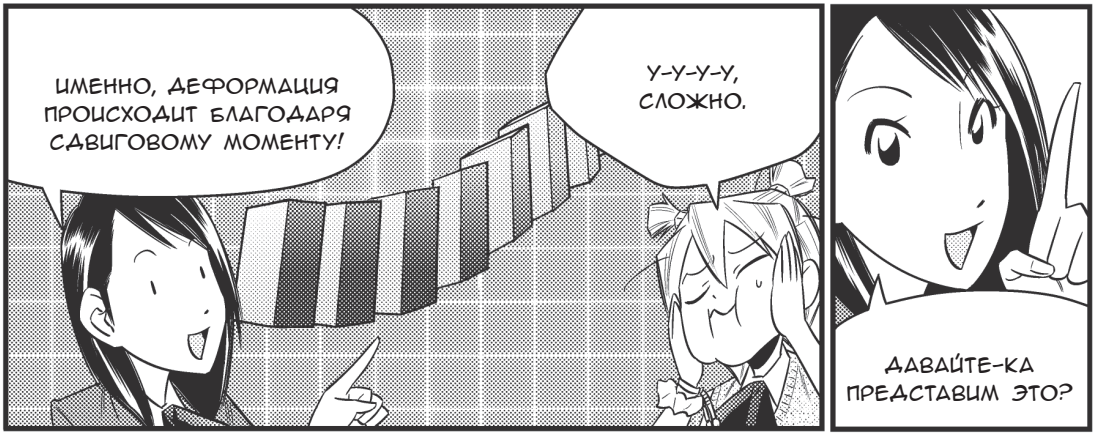
СДВИГОВЫЙ МОМЕНТ – ЭТО ПАРА СИЛ, КОТОРЫЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ И НАПРАВЛЕНЫ В РАЗНЫЕ СТОРОНЫ И ПРИЛОЖЕНЫ К РАЗНЫМ ТОЧКАМ ТЕЛА.

ПАРА СИЛ, КОТОРАЯ СМЕЩАЕТ, НУ, ДОПУСТИМ, КВАДРАТ ПРЕВРАТИТСЯ В ПАРАЛЛЕЛОГРАММ, ПОНЯТНО?

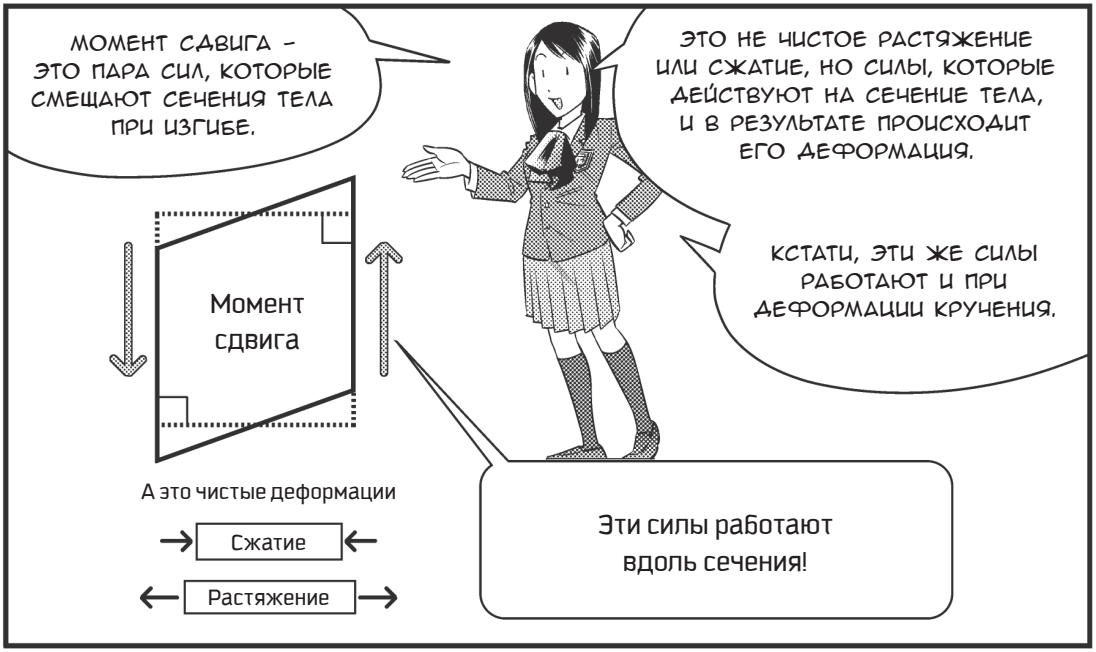


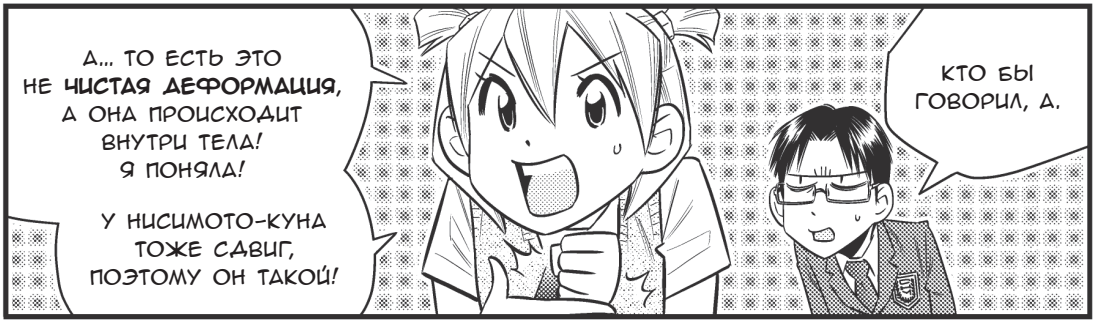
Момент сдвига

ДЕФОРМАЦИЯ?

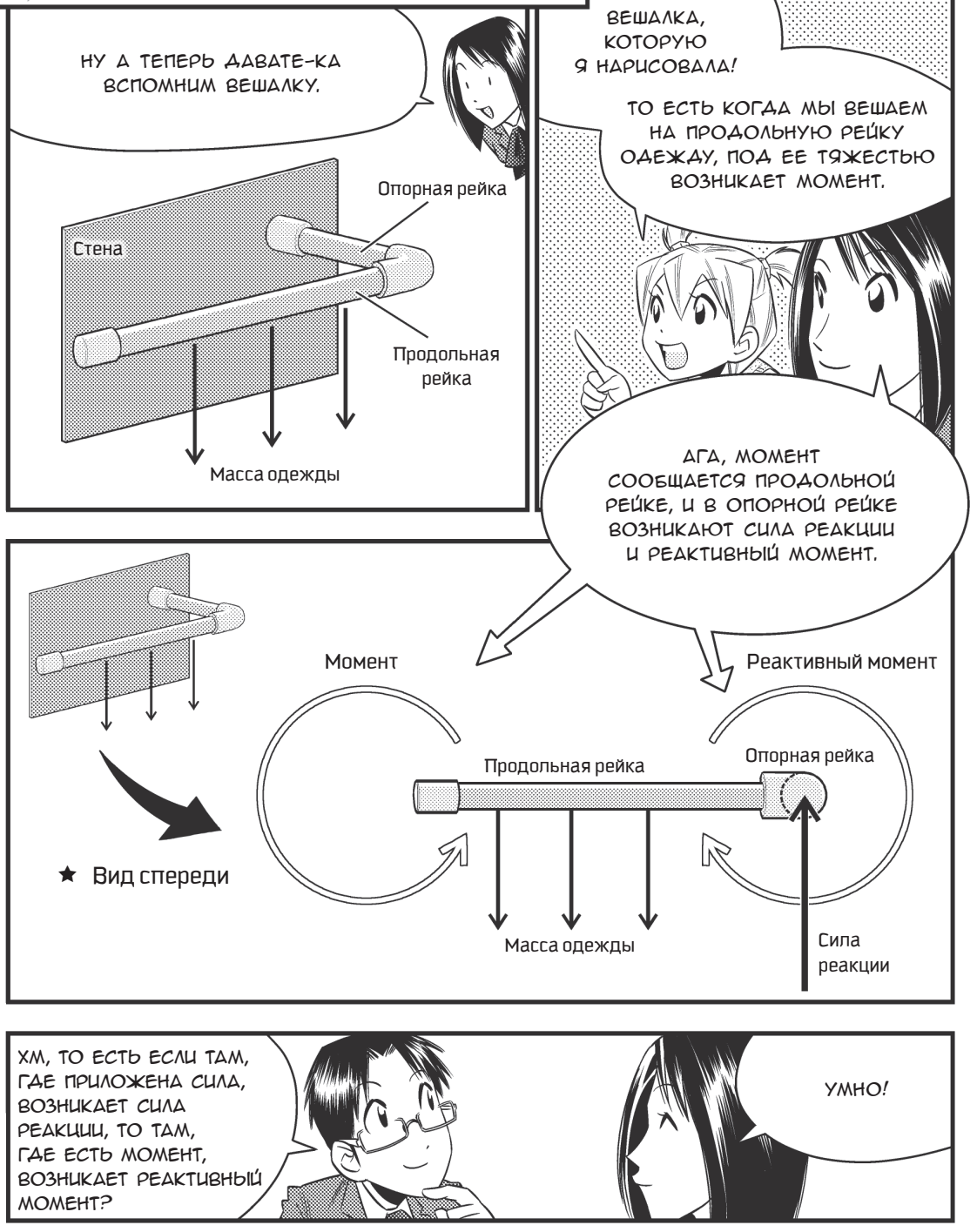


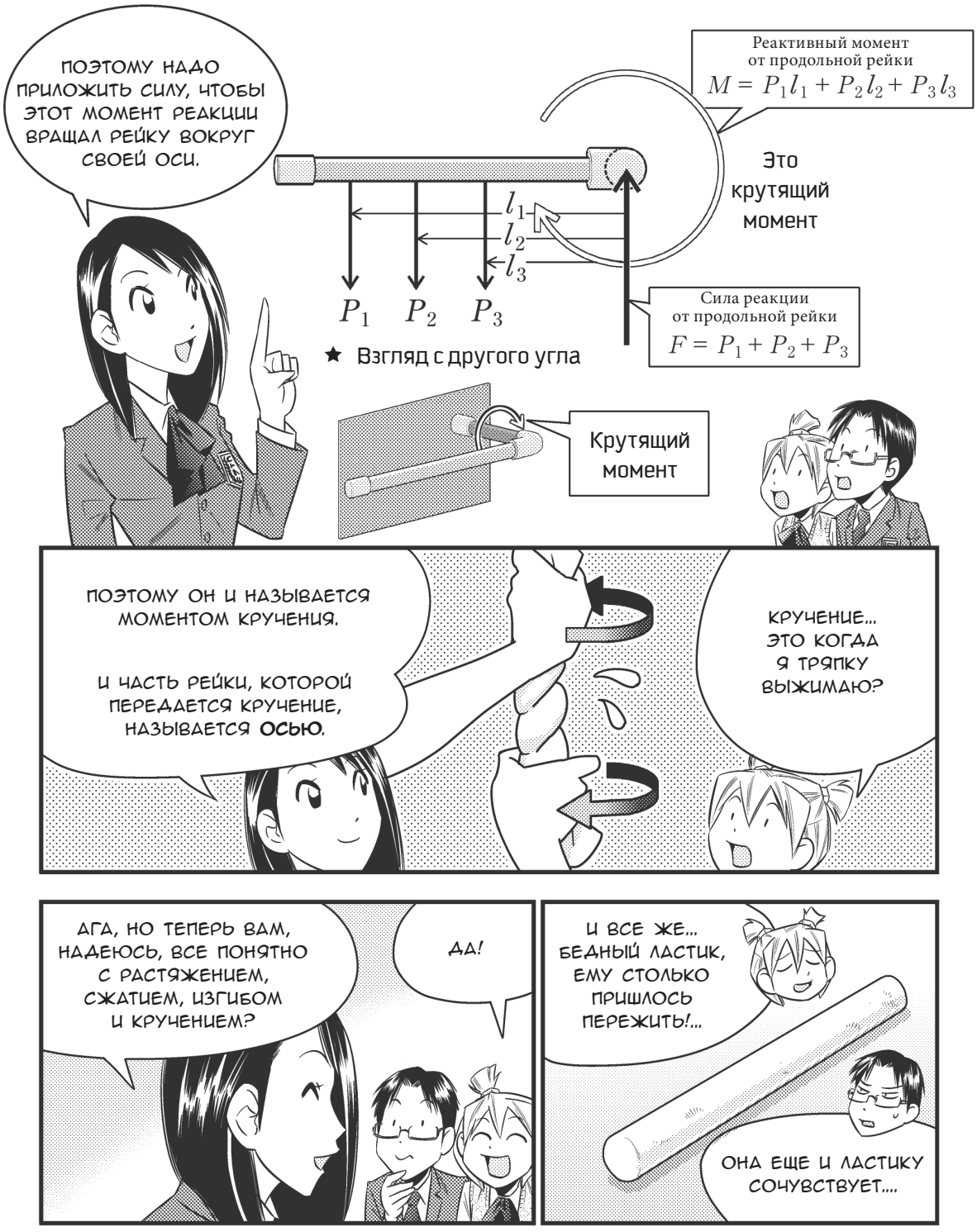
Примечание: есть случаи, когда деформация изгиба происходит и без сдвига, для этого надо, чтобы изгибаемая балка была совсем-совсем тонкой, например когда канатоходец стоит на проволоке.





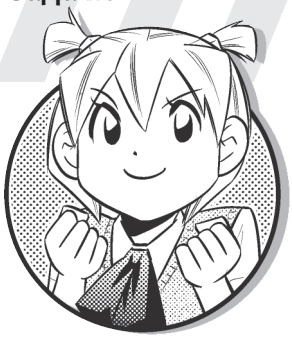
Крутим (крутящий момент)




ПОЭТОМУ НАДО ПРИЛОЖИТЬ СИЛУ, ЧТОБЫ ЭТОТ МОМЕНТ РЕАКЦИИ ВРАЩАЛ РЕЙКУ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ.
Реактивный момент от продольной рейки
$M = P_1 l_1 + P_2 l_2 + P_3 l_3$
Это крутящий момент
l_1
l_2
l_3
P_1 P_2 P_3
Сила реакции от продольной рейки
$F = P_1 + P_2 + P_3$
★ Взгляд с другого угла
Крутящий момент
ПОЭТОМУ ОН И НАЗЫВАЕТСЯ МОМЕНТОМ КРУЧЕНИЯ.
И ЧАСТЬ РЕЙКИ, КОТОРОЙ ПЕРЕДАЕТСЯ КРУЧЕНИЕ, НАЗЫВАЕТСЯ **ОСЬЮ**.
КРУЧЕНИЕ... ЭТО КОГДА Я ТРЯПКУ ВЫЖИМАЮ?
АГА, НО ТЕПЕРЬ ВАМ, НАДЕЮСЬ, ВСЕ ПОНЯТНО С РАСТЯЖЕНИЕМ, СЖАТИЕМ, ИЗГИБОМ И КРУЧЕНИЕМ?
ДА!
И ВСЕ ЖЕ... БЕДНЫЙ ЛАСТИК, ЕМУ СТОЛЬКО ПРИШЛОСЬ ПЕРЕЖИТЬ!...
ОНА ЕЩЕ И ЛАСТИКУ СОЧУВСТВУЕТ....

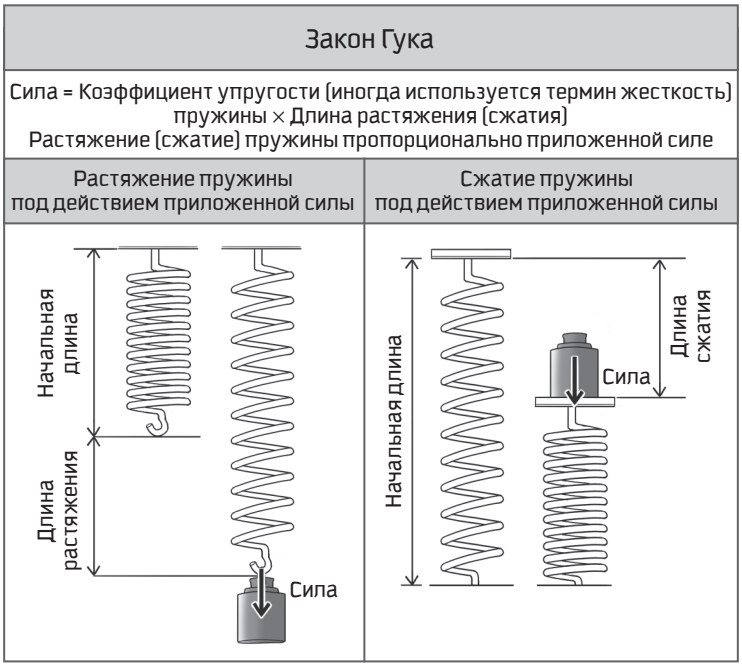
Ч. ПРИЛОЖЕНИЕ СИЛ К ТЕЛУ И ДЕФОРМАЦИЯ

Статические и нестатические задачи



Когда мы говорили о камне, то у нас были формулы равновесия силы и равновесия момента. Однако в некоторых задачах этих формул недостаточно. Кроме силы и момента, важно помнить и о деформации.
Задачи, в которых хватает этих двух формул, называются **статически определимыми**, а те, в которых не обойтись без учета перемещений в формулах, называются **статически неопределимыми**. Они могут показаться сложными, но давайте в них разберемся!

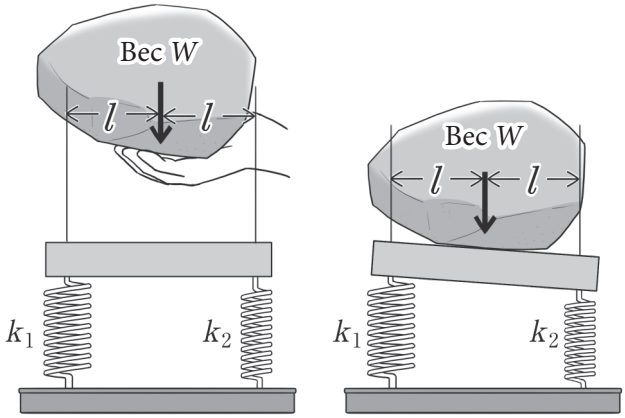
Для начала рассмотрим задачи с пружиной. Прежде изучим пружину.



О значении закона Гука поговорим позднее. В механике часто встречаются задачи с пружинами. Считается, что они «выражают связь между силой и деформацией» и «являются примерами деформируемых тел».

Статически определимая задача

На рисунках ниже изображены пружина 1 и пружина 2. Пусть вес груза будет равен W, а каждая пружина имеет коэффициент упругости k_1 и k_2. Тогда при приложении сил P_1 и P_2 необходимо найти растяжение (сжатие) u_1, u_2 каждой пружины.



Сначала решим статическую задачу.

Как и в задаче про камень (стр. 29), применим формулы равновесия сил и равновесия моментов.

$W = P_1 + P_2$ (формула равновесия сил, P – это сила реакции, равная, как мы уже видели, силе сжатия пружины).

Когда груз будет положен на опорную плиту, предполагаемую идеально жесткой и недеформируемой, его вес будет приложен в центре плиты, и, соответственно, моменты сил реакции будут равны между собой:

$P_1 = P_2$ (формула равновесия моментов).

Из этих двух формул следует, что $P_1 = P_2 = W/2$. В соответствии с законом Гука растяжение пружин будет равно: $u_1 = W/(2k_1)$, $u_2 = W/(2k_2)$.

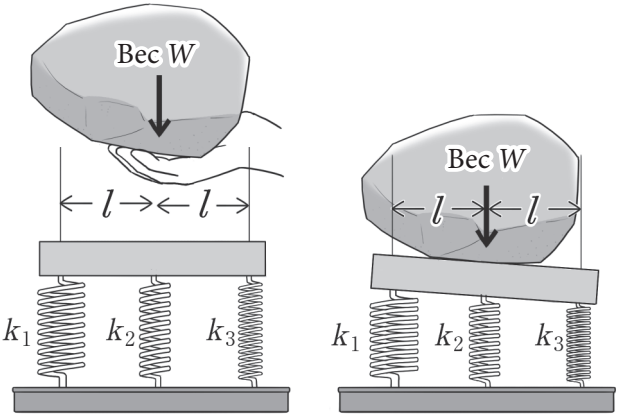
Задача решена!

Статически неопределимая задача

На рисунке ниже изображены пружина 1, пружина 2 и пружина 3.

Пружина 2 находится между пружинами 1 и 3.

Пусть вес груза будет равен W, а каждая из пружин имеет коэффициент упругости k_1, k_2, k_3 соответственно. Тогда при приложении сил P_1, P_2 и P_3 необходимо найти величину деформации растяжения (сжатия) u_1, u_2 и u_3 каждой пружины.



А это уже статически не определимая задача. Чем она отличается от предыдущей? Именно! Количеством пружин. Поскольку количество неизвестных увеличилось, мы не сможем ее решить без дополнительных формул.

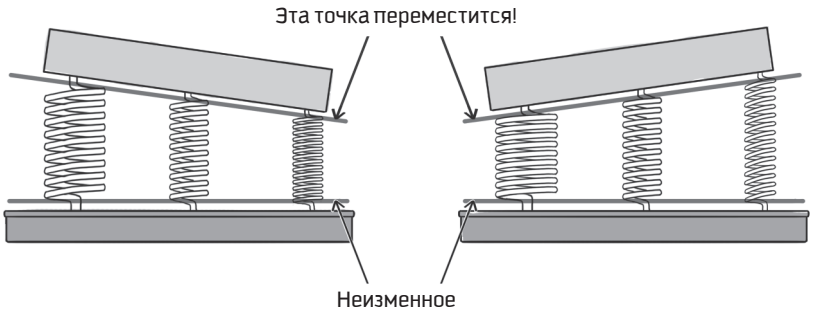
Прежде всего, как и в предыдущей задаче, применим **формулу равновесия сил** и **формулу равновесия моментов**.

$$P_1 + P_2 + P_3 = W \text{ (равновесие сил по вертикали).}$$

$$P_1 l = P_3 l \text{ (равновесие моментов вокруг центра оси).}$$

Затем представим, как будут деформироваться пружины.

Ни нижняя часть подставки, ни верхняя опорная плита деформироваться не будут, только верхняя часть подставки будет наклонена, поэтому деформация трех пружин показана на рисунке.



Деформация трех пружин

Эту деформацию лучше всего описать формулой.

Поскольку пружина 2 находится посередине пружин 1 и 3, степень ее растяжения (сжатия) будет находиться посередине пружин 1 и 2.

Поэтому растяжение u_1 пружины 1, растяжение u_2 пружины 2 и растяжение u_3 пружины 3 будут выглядеть так:

$$u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \text{ (уравнение отношений деформации тел).}$$

Если мы рассчитаем силу и растяжение по закону Гука с применением трех вышеупомянутых уравнений, то получится

$$u_1 = \frac{2k_3}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W; \qquad P_1 = \frac{2k_1k_3}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W;$$

$$u_2 = \frac{k_1 + k_3}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W; \qquad P_2 = \frac{k_2(k_1 + k_3)}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W;$$

$$u_3 = \frac{2k_1}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W; \qquad P_3 = \frac{2k_1k_3}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3}\,W.$$

(Расчеты приведены на стр. 58.)

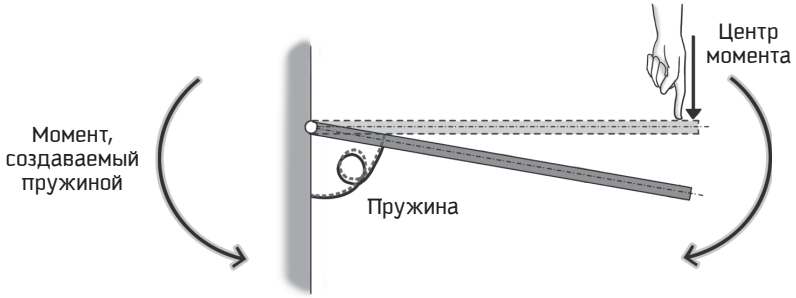
Другими словами, **статически определимая задача** может быть решена при помощи только уравнений **равновесия силы** и **равновесия моментов**.

Статически неопределимая задача в дополнение к двум этим уравнениям требует **уравнений для деформаций тела**.

Деформации и конечные деформации

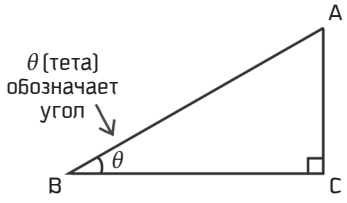
При выполнении расчетов различных конструкций обычно предполагается, что величина деформации в каждой точке мала, что означает применимость обычных линейных законов, связывающих внешние силы и деформации. Конечные же деформации, то есть перемещения частей тела в результате суммирования деформаций всех точек его, могут быть весьма значительны. Так, деформации в каждой точке Останкинской телебашни весьма малы и недостаточны для разрушения материала ее конструкции, но конечное отклонение её шпиля под действием ветра может достигать 15 метров. В некоторых случаях, однако, правильный расчет требует учета изменения геометрии тел в результате действия сил. Покажем это на простом примере.

Представьте себе балку и пружину, как на рисунке ниже. Лучше всего представить нечто похожее на шест.



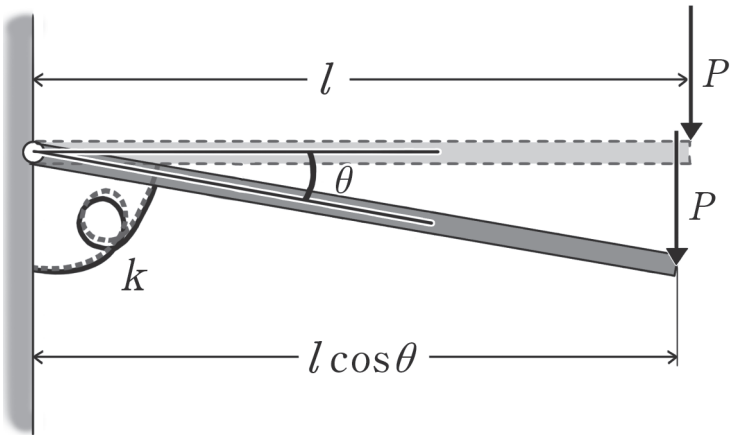
Шест прикреплен к стене на свободно вращающемся шарнире. Если надавить на шест, он придет в движение. В этот момент появляется **момент силы относительно точки опоры**, которому противодействует **момент пружины**.

Теперь попробуем найти уравнение каждого момента. Для этого нам понадобятся тригонометрические функции из старшей школы.



$$\frac{BC}{AB} = \cos\theta$$

$$BC = \cos\theta \times AB$$



Выражение для определения длины плеча рычага при движении шеста

Пусть P – сила, действующая на шест; l – длина балки; θ – угол поворота шеста.

Момент реакции пружины с жесткостью k, прикрепленной к стене, пропорционален углу поворота θ.

Предполагая, что сила P приложена к правому концу шеста и не меняет направление при изменении угла θ, длина плеча рычага составит $l\cos\theta$.

Момент относительно точки опоры = Сила × Длина плеча рычага = $Pl\cos\theta$.

Когда эти два момента находятся в равновесии, $Pl\cos\theta = k\theta$.

Таким образом, получим зависимость силы P от угла поворота θ:

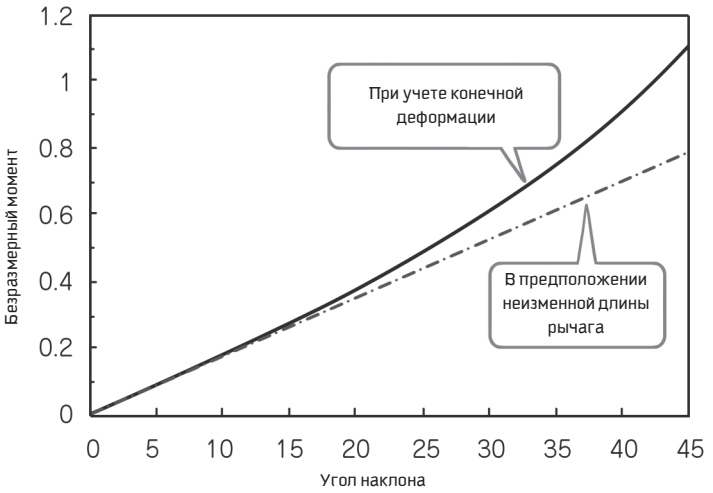
$$P = \frac{k}{l}\frac{\theta}{\cos\theta}.$$

А теперь важный момент.

Если не использовать зависимость длины плеча рычага от угла поворота θ, соотношение для силы P примет вид:

$$P = (k/l)\theta.$$

Таким образом, видим, что результат расчета зависит от того, учитываем ли мы конечные деформации конструкции под действием сил. При малых значениях угла поворота значение косинуса угла близко к единице, и, соответственно, первая формула естественно переходит во вторую. Если косинус угла существенно отличается от единицы, то правильно выполнять расчет по первой формуле.



Зависимости момента реакции от угла поворота балки при учете конечных деформаций и в предположении неизменной длины плеча силы

Давайте посмотрим на график. Видно, что отношение сил, полученных по формулам с учетом и без учета конечных деформаций, при угле поворота $\theta = 5°$ составит 0,4%, а при $\theta = 10°$ – 1,5%. Это небольшая разница.

В предположении, что $\cos\theta$ практически равен 1, можно видеть, что даже использование начальной длины рычага не вызовет проблем. В этом и состоит смысл термина «**малые деформации**».

Так как деформация металла или бетона, используемых при строительстве зданий или машин, невелика, во многих случаях расчеты равновесия сил с использованием измерений и сечений без учета конечных деформаций не сильно отличаются.

Однако в случае этой балки при угле $\theta = 30°$ разница составит уже 13,4%, а ей уже никак нельзя пренебречь. Когда деформация не может быть проигнорирована, говорят о **большой деформации**.

Поскольку обычно решать задачи с учетом **конечной деформации** тяжело, мы, где возможно, будем предполагать малость деформаций.

Однако игнорировать конечную деформацию нельзя, и это доставляет неудобства.

Как узнать, до какой степени можно игнорировать деформацию? Конструктор должен думать и об этом.

НУ ЧТО, НА СЕГОДНЯ ВСЕ.
ПРОДОЛЖИМ ЗАВТРА ПОСЛЕ УРОКОВ!
УЧИТЕЛЬ ОДЗЭ, ЗАВТРА ЖЕ СУББОТА, ЭТО ВЫХОДНОЙ!
У МЕНЯ ВАЖНЫЕ ПЛАНЫ – Я СОБИРАЮСЬ ЗАВТРА ПРОГУЛЯТЬСЯ ПО КНИЖНЫМ МАГАЗИНАМ.
ХМ, МНОГО У ТЕБЯ ВРЕМЕНИ!
НЕ ПОЗАНИМАТЬСЯ ЛИ НАМ ЗАВТРА С УТРА У МЕНЯ ДОМА?
ДА!
ЧТО?
ПОГОДИТЕ, ПОГОДИТЕ, У МЕНЯ ЖЕ ПЛАНЫ!
НОНО, ЗАВТРА ЖЕ ВЫХОДНОЙ, ТЫ РАЗВЕ НЕ ЗАНЯТА?
ЭЙ-ЭЙ-ЭЙ!
Я ЖДУ НЕ ДОЖДУСЬ, КОГДА УВИЖУ, КАК ЖИВЕТ ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КЛУБА!
Я ЖЕ ХОЧУ БЫТЬ ДИЗАЙНЕРОМ! КАК Я УПУЩУ ТАКУЮ ВОЗМОЖНОСТЬ?
НУ, НЕ НАДЕЙСЯ ОСОБО, КОМНАТА-ТО У МЕНЯ САМАЯ ПРОСТАЯ.
У МЕНЯ... ВЫХОДНОЙ...

◆ ПОДРОБНЫЕ РАСЧЕТЫ (СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМАЯ ЗАДАЧА)

Подробный расчет со стр. 42

Используя уравнения сил P_1, P_2, P_3, получим:

$$\frac{P_3}{k_3} - \frac{P_2}{k_2} = \frac{P_2}{k_2} - \frac{P_1}{k_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_3}{k_3} - 2\frac{P_2}{k_2} + \frac{P_1}{k_1} = 0.$$

Из уравнения сил выразим P_2 и P_3 через P_1:

$$P_2 = W - 2P_1, \quad P_3 = P_1.$$

Подставим:

$$\frac{1}{k_3} P_1 - 2\frac{1}{k_2} (W - 2P_1) + \frac{1}{k_2} P_1 = 0.$$

Упростим:

$$\left\{\frac{1}{k_3} + \frac{4}{k_2} + \frac{1}{k_1}\right\} P_1 = \frac{2}{k_2} W$$

$$\Rightarrow \quad P_1 = \frac{2}{\left\{\dfrac{1}{k_3} + \dfrac{4}{k_2} + \dfrac{1}{k_1}\right\}} W = \frac{2k_3k_1}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3} W.$$

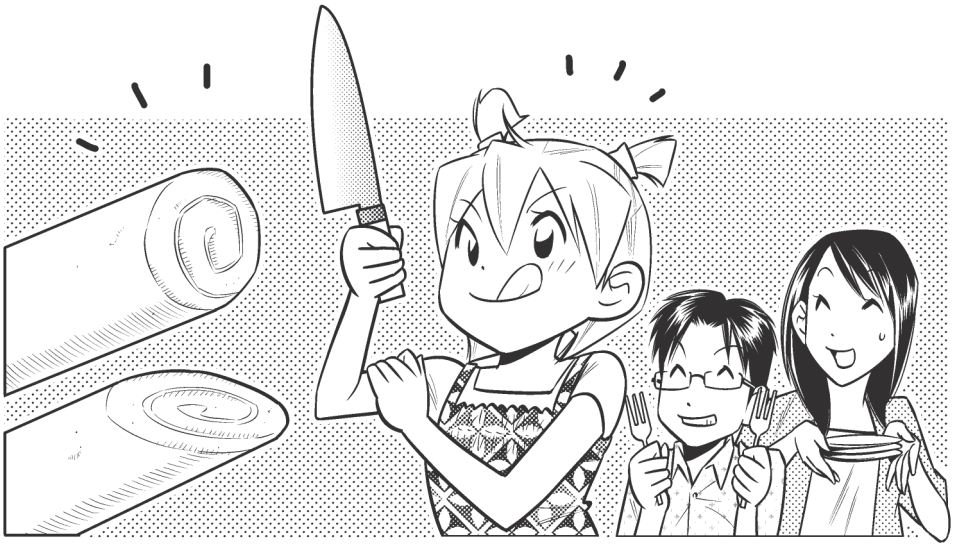
Таким же образом

$$P_3 = P_1 = \frac{2k_3k_1}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3} W;$$

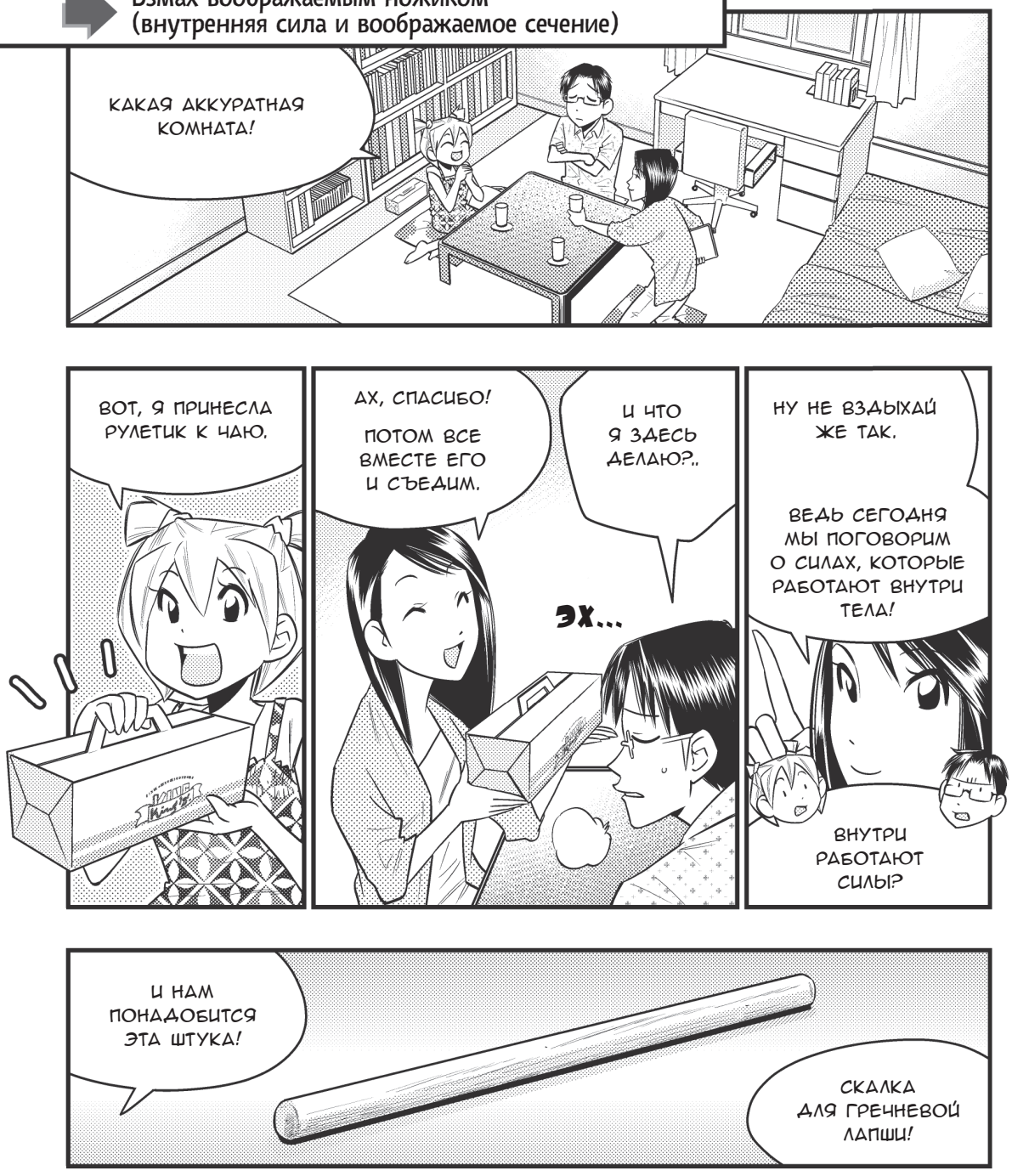
$$P_2 = W - 2P_1 = \frac{k_2(k_3 + k_1)}{k_1k_2 + 4k_1k_3 + k_2k_3} W.$$

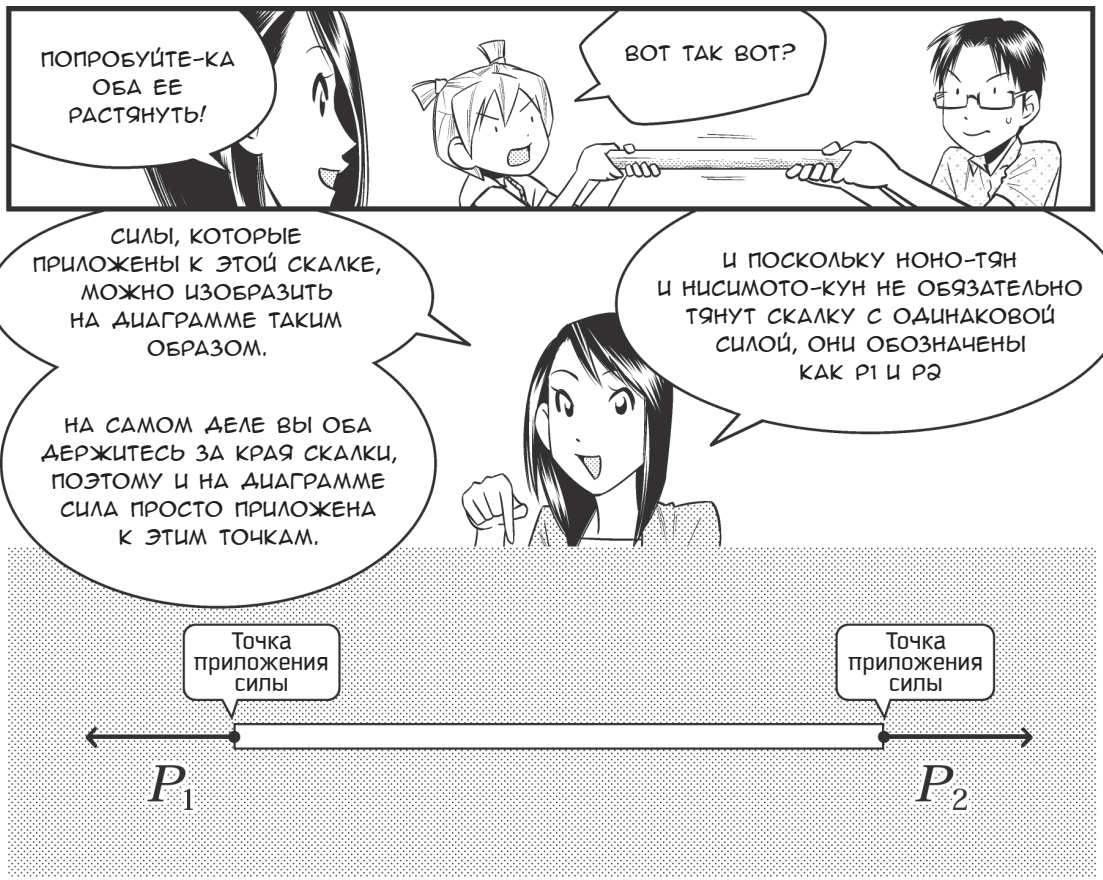
ГЛАВА 2

МЕХАНИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ



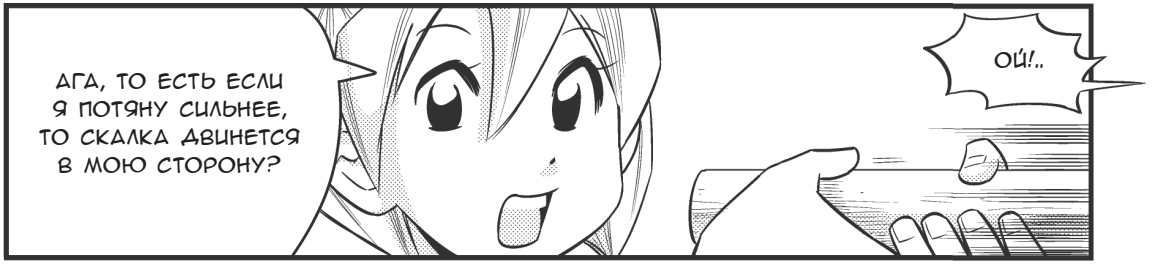
Взмах воображаемым ножиком (внутренняя сила и воображаемое сечение)

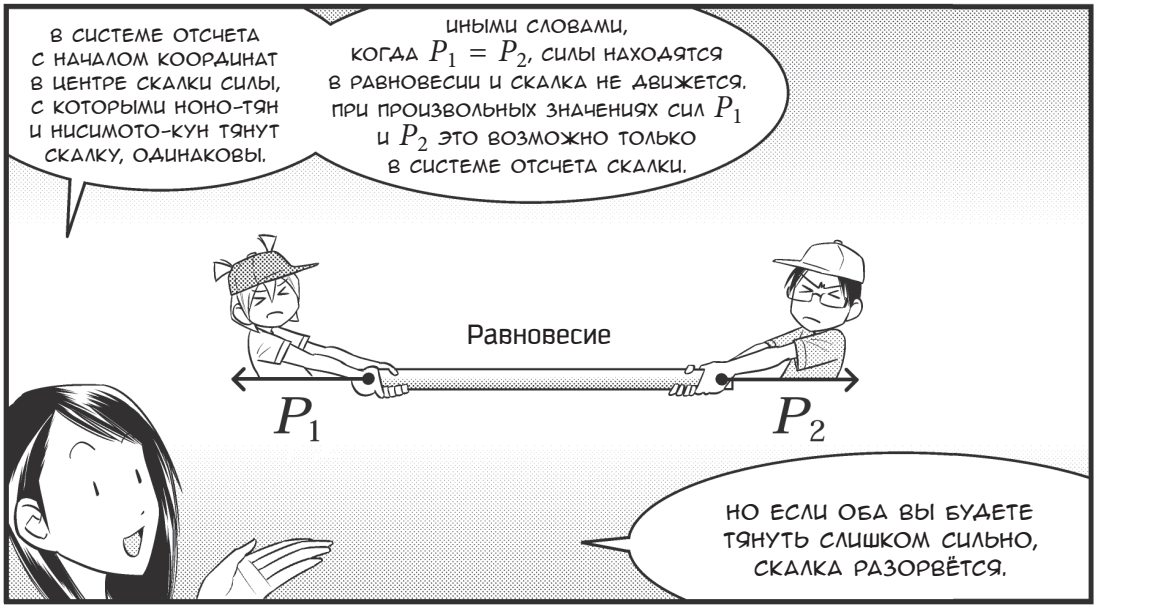



ПОПРОБУЙТЕ-КА ОБА ЕЕ РАСТЯНУТЬ!
ВОТ ТАК ВОТ?
СИЛЫ, КОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНЫ К ЭТОЙ СКАЛКЕ, МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ НА ДИАГРАММЕ ТАКИМ ОБРАЗОМ.
НА САМОМ ДЕЛЕ ВЫ ОБА ДЕРЖИТЕСЬ ЗА КРАЯ СКАЛКИ, ПОЭТОМУ И НА ДИАГРАММЕ СИЛА ПРОСТО ПРИЛОЖЕНА К ЭТИМ ТОЧКАМ.
И ПОСКОЛЬКУ НОНО-ТЯН И НИСИМОТО-КУН НЕ ОБЯЗАТЕЛЬНО ТЯНУТ СКАЛКУ С ОДИНАКОВОЙ СИЛОЙ, ОНИ ОБОЗНАЧЕНЫ КАК P1 И P2
Точка приложения силы
Точка приложения силы
P_1
P_2

А, НУ ЭТО РАСТЯЖЕНИЕ. МЫ О НЕМ ВЧЕРА ГОВОРИЛИ.
ИМЕННО! А ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОСМОТРИМ НА СКАЛКУ, КОТОРУЮ ВЫ РАСТЯГИВАЕТЕ, С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МЕХАНИКИ.

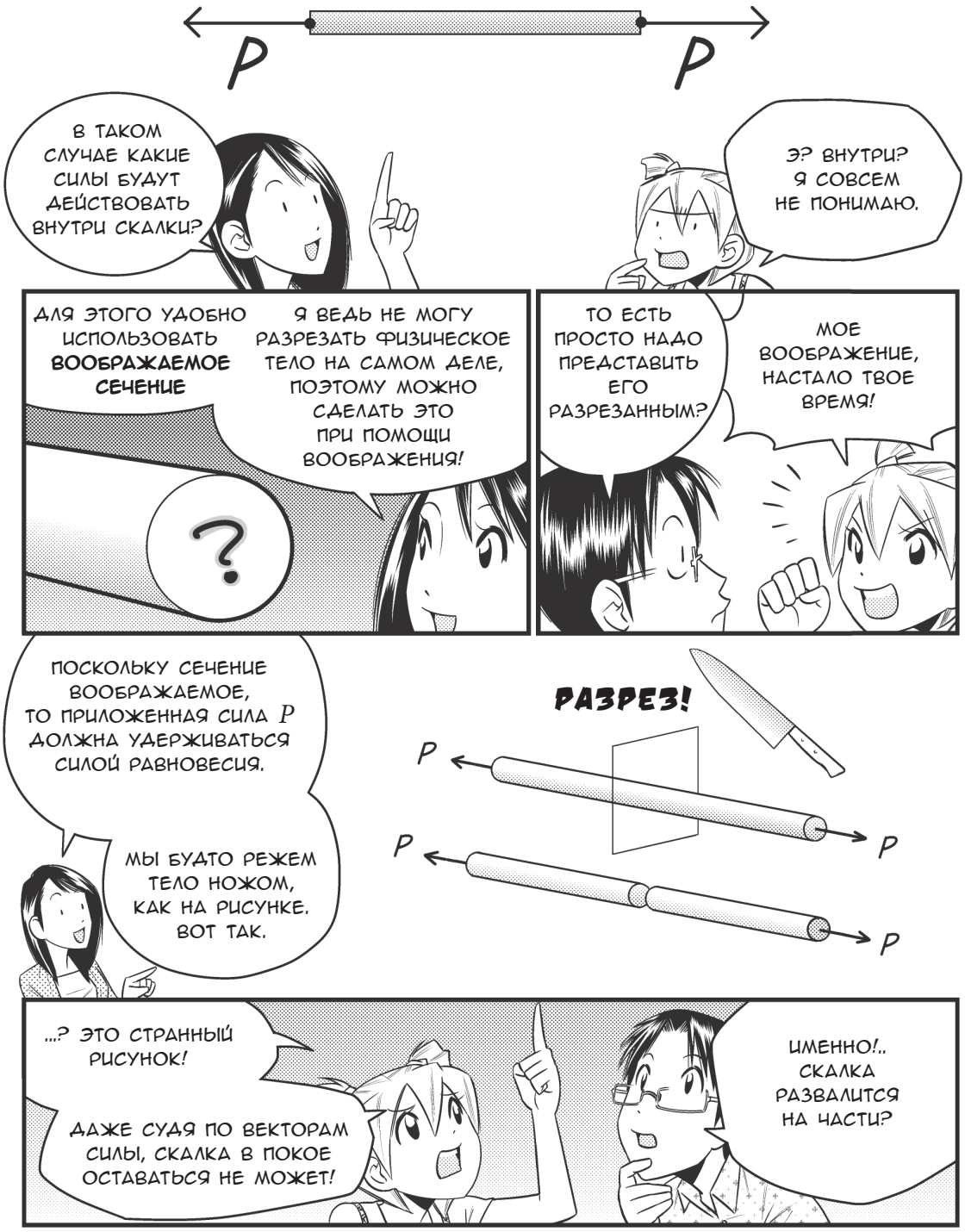
ПРИМЕМ МАССУ СКАЛКИ ЗА M.
В СООТВЕТСТВИИ С НЬЮТОНОВСКИМ ЗАКОНОМ ДВИЖЕНИЯ (ВТОРЫМ ЗАКОНОМ НЬЮТОНА) УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЫГЛЯДИТ ТАК:
$P_1 - P_2 = Ma$
Если какая-то из сил больше, скалка движется!
a – ЭТО УСКОРЕНИЕ. И КОГДА ОНО НЕ РАВНО НУЛЮ, ТО СКАЛКА, КОТОРАЯ НАХОДИЛАСЬ В СОСТОЯНИИ ПОКОЯ, НАЧИНАЕТ ДВИЖЕНИЕ.

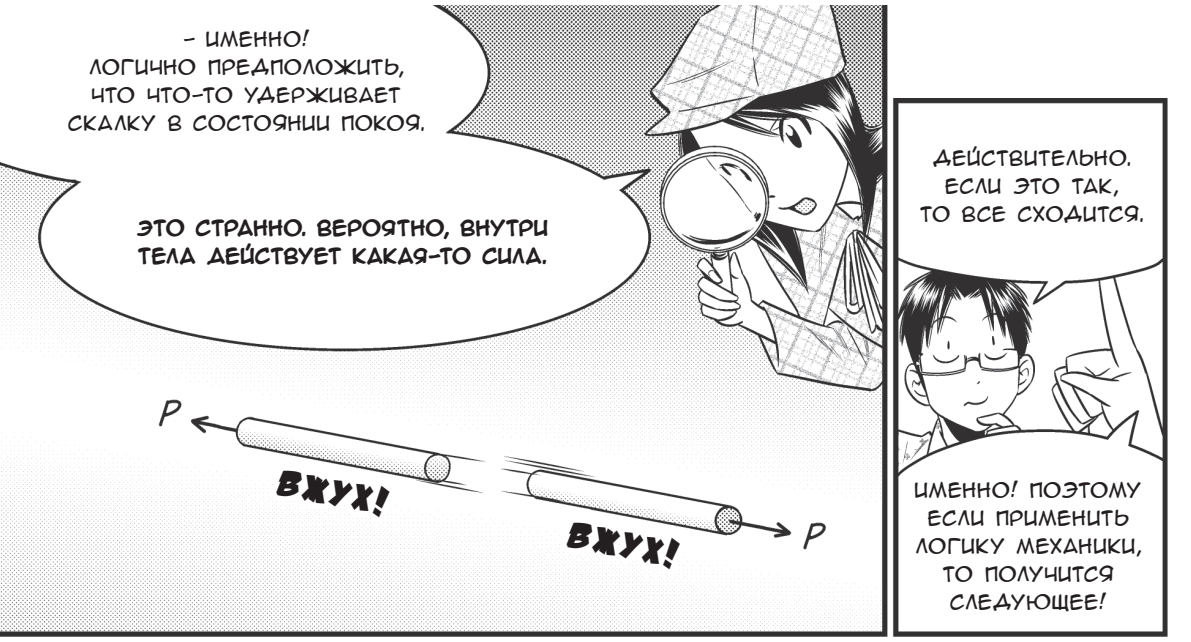

АГА, ТО ЕСТЬ ЕСЛИ Я ПОТЯНУ СИЛЬНЕЕ, ТО СКАЛКА ДВИНЕТСЯ В МОЮ СТОРОНУ?
ОЙ!..

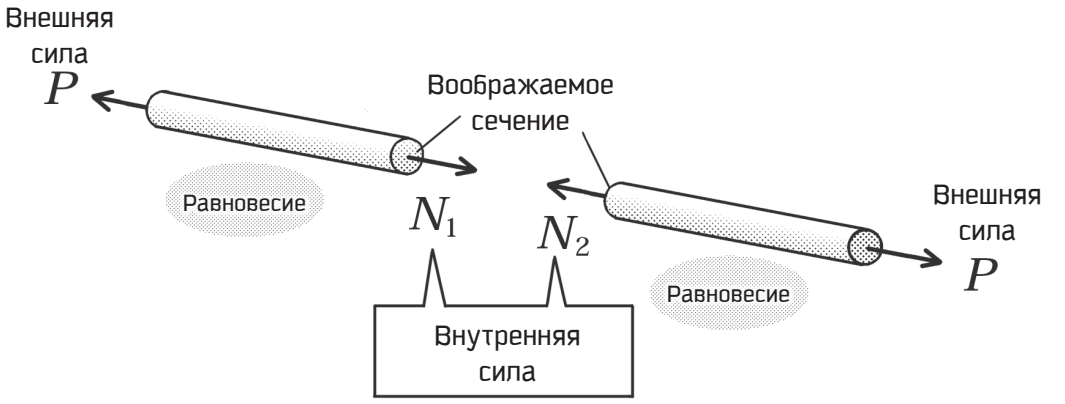

В СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА С НАЧАЛОМ КООРДИНАТ В ЦЕНТРЕ СКАЛКИ СИЛЫ, С КОТОРЫМИ НОНО-ТЯН И НИСИМОТО-КУН ТЯНУТ СКАЛКУ, ОДИНАКОВЫ.
ИНЫМИ СЛОВАМИ, КОГДА $P_1 = P_2$, СИЛЫ НАХОДЯТСЯ В РАВНОВЕСИИ И СКАЛКА НЕ ДВИЖЕТСЯ. ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ СИЛ P_1 И P_2 ЭТО ВОЗМОЖНО ТОЛЬКО В СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА СКАЛКИ.
Равновесие
P_1
P_2
НО ЕСЛИ ОБА ВЫ БУДЕТЕ ТЯНУТЬ СЛИШКОМ СИЛЬНО, СКАЛКА РАЗОРВЁТСЯ.

ЧТО ТАКОЕ РАВНОВЕСИЕ, МНЕ ТЕПЕРЬ ПОНЯТНО...
Я УСТАЛ...
ХА-ХА-ХА! А ТЕПЕРЬ БЛИЖЕ К ТЕМЕ.
Слабак

ДОПУСТИМ, $P_1 = P_2 = P$. СЛЕДОВАТЕЛЬНО, КОГДА СЛЕВА И СПРАВА ТЯНУТ С ОДИНАКОВОЙ СИЛОЙ P,
СКАЛКА НЕ ЛОМАЕТСЯ, А НАХОДИТСЯ В СОСТОЯНИИ РАВНОВЕСИЯ.
P
P


P
P
В ТАКОМ СЛУЧАЕ КАКИЕ СИЛЫ БУДУТ ДЕЙСТВОВАТЬ ВНУТРИ СКАЛКИ?
Э? ВНУТРИ? Я СОВСЕМ НЕ ПОНИМАЮ.
ДЛЯ ЭТОГО УДОБНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ **ВООБРАЖАЕМОЕ СЕЧЕНИЕ**
Я ВЕДЬ НЕ МОГУ РАЗРЕЗАТЬ ФИЗИЧЕСКОЕ ТЕЛО НА САМОМ ДЕЛЕ, ПОЭТОМУ МОЖНО СДЕЛАТЬ ЭТО ПРИ ПОМОЩИ ВООБРАЖЕНИЯ!
?
ТО ЕСТЬ ПРОСТО НАДО ПРЕДСТАВИТЬ ЕГО РАЗРЕЗАННЫМ?
МОЕ ВООБРАЖЕНИЕ, НАСТАЛО ТВОЕ ВРЕМЯ!
ПОСКОЛЬКУ СЕЧЕНИЕ ВООБРАЖАЕМОЕ, ТО ПРИЛОЖЕННАЯ СИЛА P ДОЛЖНА УДЕРЖИВАТЬСЯ СИЛОЙ РАВНОВЕСИЯ.
МЫ БУДТО РЕЖЕМ ТЕЛО НОЖОМ, КАК НА РИСУНКЕ. ВОТ ТАК.
РАЗРЕЗ!
P
P
P
P
...? ЭТО СТРАННЫЙ РИСУНОК!
ДАЖЕ СУДЯ ПО ВЕКТОРАМ СИЛЫ, СКАЛКА В ПОКОЕ ОСТАВАТЬСЯ НЕ МОЖЕТ!
ИМЕННО!.. СКАЛКА РАЗВАЛИТСЯ НА ЧАСТИ?



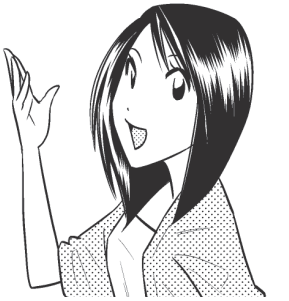


В левой половине скалки действует сила N_1, направленная к ее воображаемому сечению. В правой половине скалки тоже действует сила N_2, направленная в другую сторону. Поэтому скалка находится в равновесии.

Уравнение уравновешивания для правой части $P - N_2 = 0$

Уравнение уравновешивания для левой части $N_1 - P = 0$

Отсюда получим: $N_1 = N_2 = P$



Следовательно, применяя третий закон Ньютона о действии и противодействии, получим, что $N_1 = N_2 (= N)$, и все силы находятся в равновесии.

О-О-О! И ПРАВДА, ПОЭТОМУ И ЛЕВАЯ, И ПРАВАЯ ЧАСТИ СКАЛКИ НАХОДЯТСЯ В РАВНОВЕСИИ.

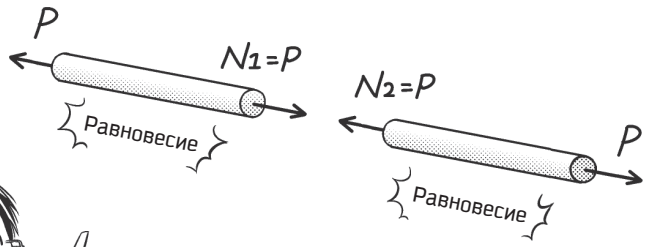
СИЛЫ $N_1 = N_2$ НАЗЫВАЮТ **ВНУТРЕННИМИ**.

КОГДА НА ТЕЛО ДЕЙСТВУЮТ ВНЕШНИЕ СИЛЫ, ТО ВНУТРИ ЕГО ТОЖЕ РАБОТАЮТ СИЛЫ. ПОЗНАКОМИВШИСЬ СО ВНУТРЕННИМИ СИЛАМИ, МОЖНО ЛОГИЧЕСКИ ПОНЯТЬ ПРИРОДУ ЯВЛЕНИЙ!

ХМ...

НО ВЕЛИЧИНА ВНУТРЕННИХ СИЛ ДОЛЖНА БЫТЬ РАВНА P.

ВЕДЬ ЕСЛИ ОНИ ОБЕ УРАВНОВЕШИВАЮТ ДРУГ ДРУГА, ТО И СКАЛКА НАХОДИТСЯ В РАВНОВЕСИИ.



КАЖЕТСЯ, ЭТА ПОЛУЧЕННАЯ ФОРМУЛА ИМЕЕТ СМЫСЛ...

С ЕЕ ПОМОЩЬЮ МОЖНО ОБЪЯСНИТЬ РАЗНЫЕ ЯВЛЕНИЯ. ЭТО ЛОГИЧНО!

ИМЕННО ПОЭТОМУ МЕХАНИКА И ИНТЕРЕСНАЯ?

А Я ВСЕ ПОНЯЛА И РАДА!

Я ХОЧУ ДАТЬ ЭТОМУ ВООБРАЖАЕМОМУ НОЖИКУ ИМЯ!

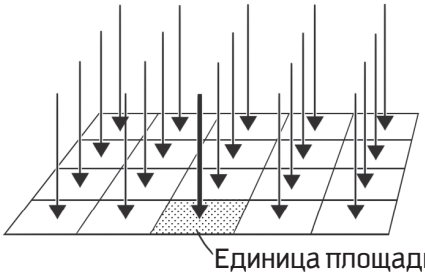
СУПЕРРАЗРЕЗАТЕЛЬ ВООБРАЖАЕМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ! СУПЕРКАТ!

Д-ДА, ПОЖА-ЛУЙСТА

Н-НИЧЕГО СЕБЕ ИМЕЧКО.

Что такое напряжение? (Механическое напряжение)

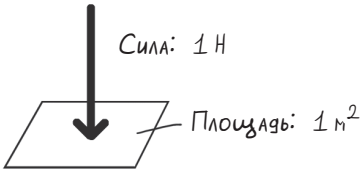
◆ О давлении



Давление – сила, которая действует на единицу площади поверхности перпендикулярно ей.

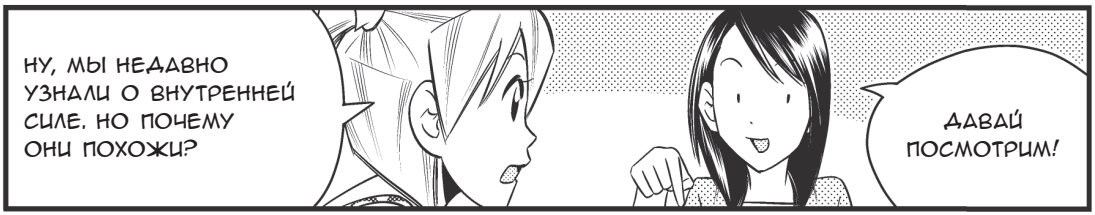
Например, когда на площадь A (м^2) действует сила F (Н), давление P (Па) рассчитывается по формуле ниже.

$$\text{Давление } P \text{ (Па)} = \frac{\text{Сила } F \text{ (Н)}}{\text{Площадь } A \text{ (м}^2\text{)}}$$



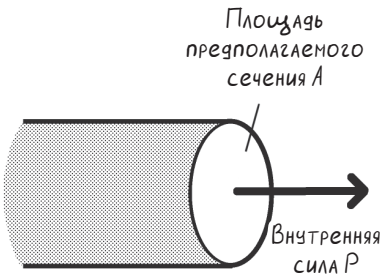
$$\text{Давление 1 Па} = \frac{\text{Сила 1 Н}}{\text{Площадь 1 м}^2}$$

Обратите внимание на единицы измерения: паскаль, которым измеряют давление, – это Н/м^2.
Запомните, Па = Н/м^2.



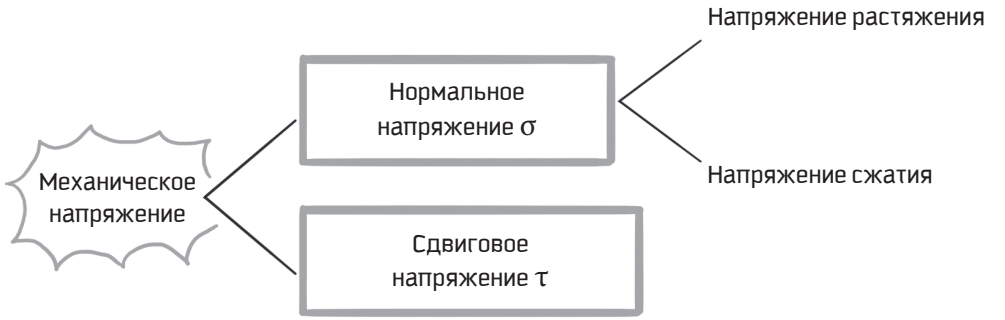
◆ Если на площадь (воображаемого сечения) A (м^2) действует внутренняя сила P (Н), то формула механического напряжения такова:

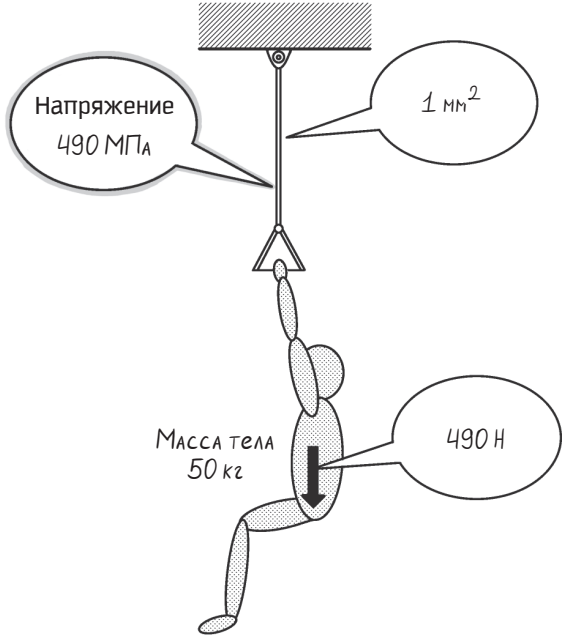
$$\text{Механическое напряжение } \sigma \text{ (Па)} = \frac{\text{Внутренняя сила } P \text{ (Н)}}{\text{Площадь } A \text{ (м}^2\text{)}}$$

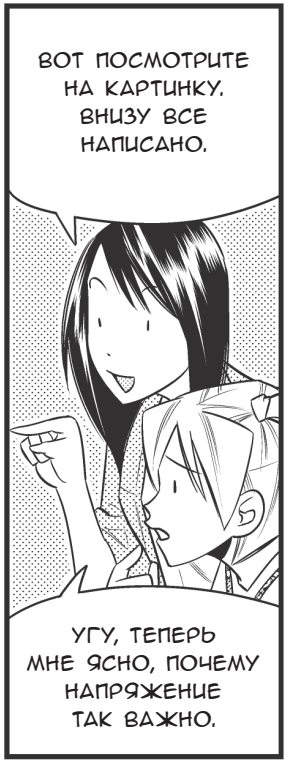


На самом деле при вычислениях чаще всего площадь измеряют в мм^2 (квадратных миллиметрах), поэтому единица измерения напряжения Н/мм^2 – мегапаскаль, или один миллион паскаль.

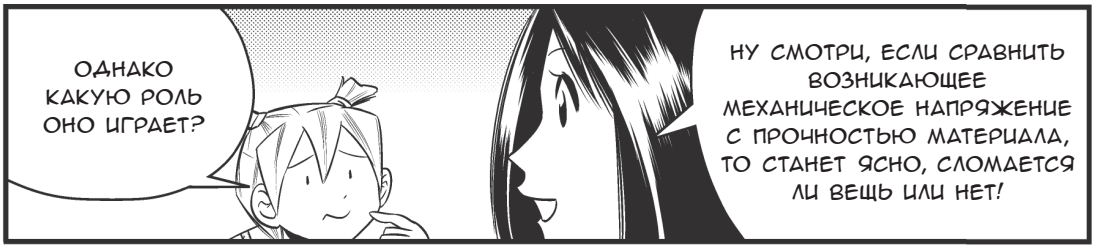
◆ Классификация механических напряжений



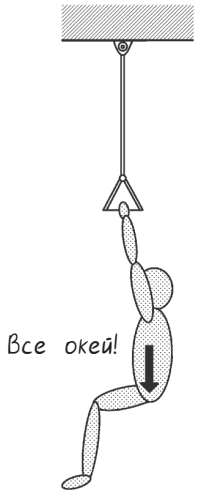




Предположим, человек массой 50 кг висит на проволоке диаметром 1 мм^2. Таким образом, внешняя сила = 50 кгс, внутренняя сила тоже 50 кгс. Если 1 кгс = 9,8 Н, то 50 кгс = 490 Н. Иными словами, механическое напряжение в проволоке – 490 Н/мм^2 = 490 МПа.

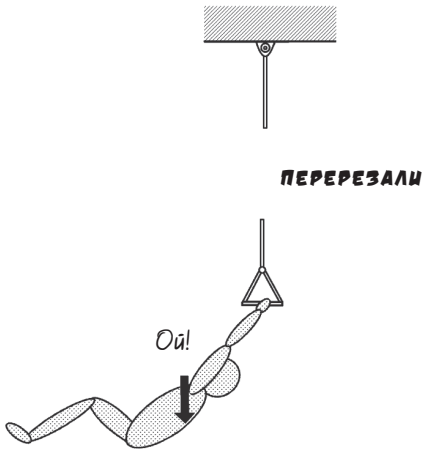


Напряжение меньше прочности материала

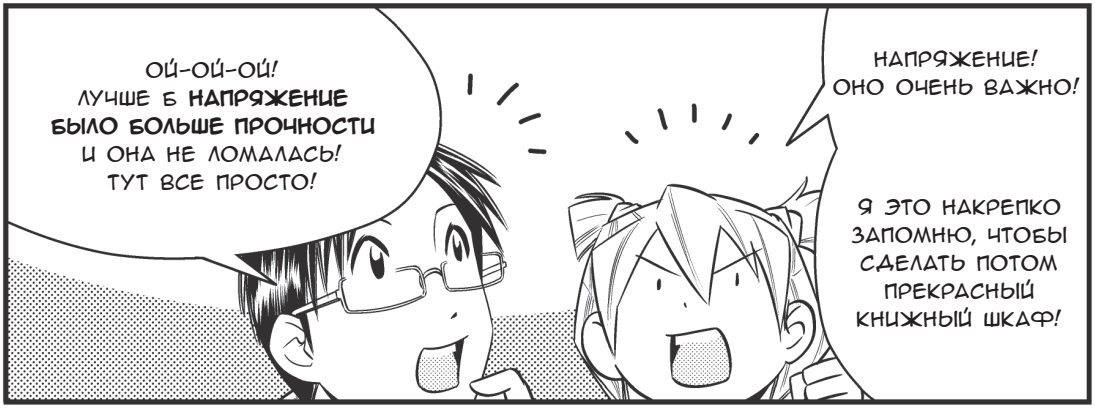


Если проволока прочная, то она сможет выдержать напряжение в 490 МПа и не сломается

Напряжение больше прочности материала



Если проволока не прочная, то она не сможет выдержать напряжение в 490 МПа и сломается

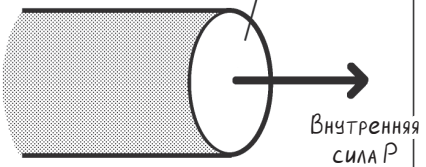


Смотрим на направление (напряжение растяжения, напряжение сжатия)

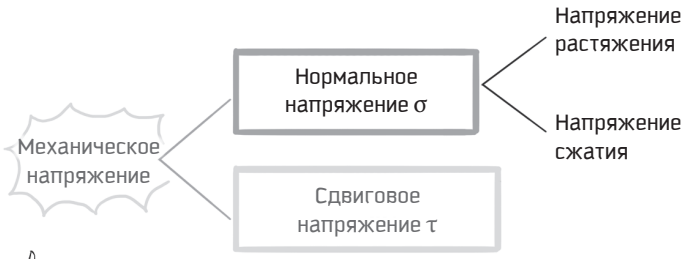
НУ А ТЕПЕРЬ ПОГОВОРИМ О НАПРЯЖЕНИИ ПОДРОБНЕЕ. ПРЕЖДЕ ВСЕГО О НОРМАЛЬНОМ МЕХАНИЧЕСКОМ НАПРЯЖЕНИИ. ОНО ОБОЗНАЧАЕТСЯ БУКВОЙ σ. ФОРМУЛА ЕГО ТАКАЯ:

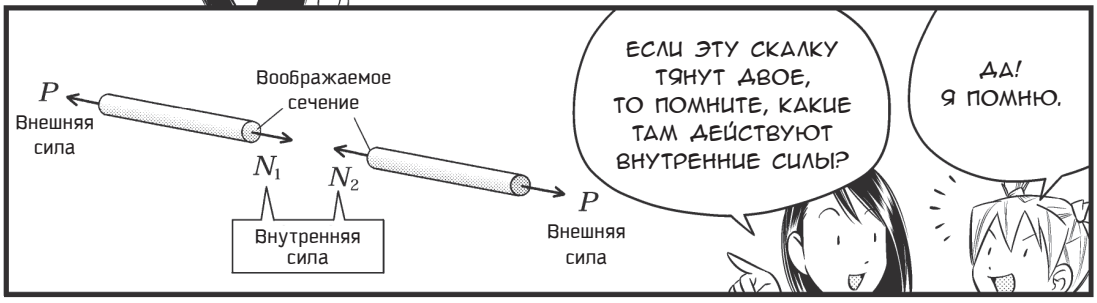
АГА, ЭТО МЫ УЖЕ ВИДЕЛИ.

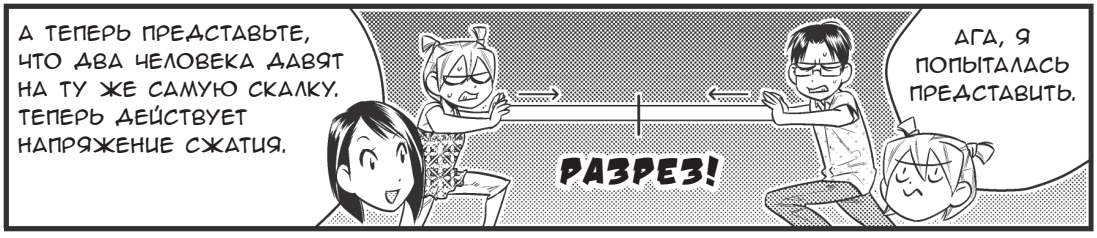
$$\text{Механическое напряжение } \sigma\ (\text{Па}) = \frac{\text{Внутренняя сила } P\ (\text{Н})}{\text{Площадь } A\ (\text{м}^2)}$$

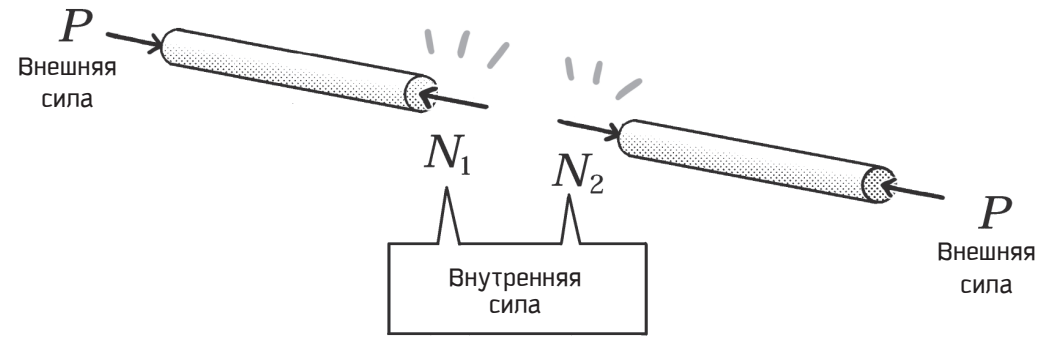


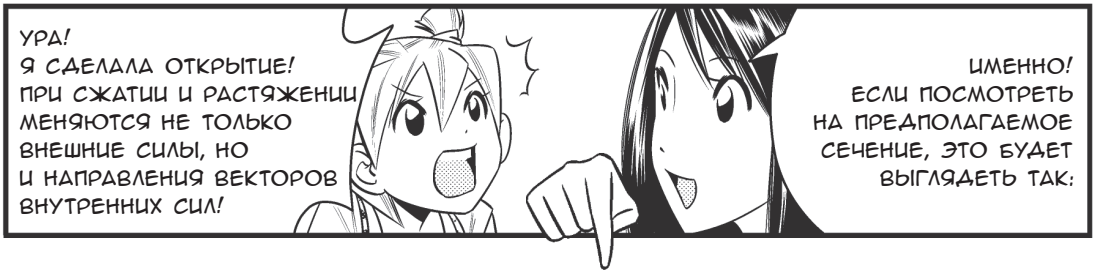
НОРМАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ДЕЛИТСЯ НА НАПРЯЖЕНИЯ РАСТЯЖЕНИЯ И СЖАТИЯ



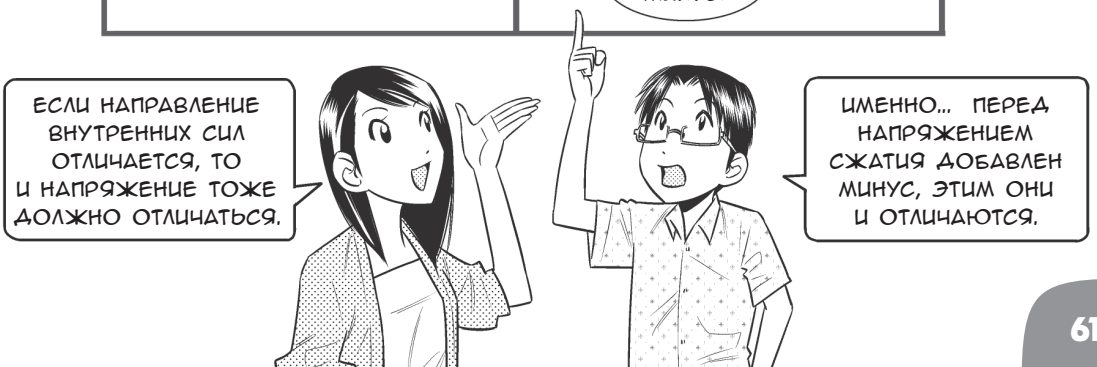








При растяжении	При сжатии
Площадь воображаемого сечения A Внутренняя сила P	Площадь воображаемого сечения A Внутренняя сила P
Напряжение растяжения $\sigma = \frac{P}{A}$	Напряжение сжатия $\sigma = -\frac{P}{A}$ ДОБАВИМ МИНУС!



Напряжение, возникающее при сдвиге (сдвиговое напряжение)

А ТЕПЕРЬ ПОГОВОРИМ О НАПРЯЖЕНИИ СДВИГА –

СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ, ОНО ОБОЗНАЧАЕТСЯ ГРЕЧЕСКОЙ БУКВОЙ ТАУ τ.

Механическое напряжение

Нормальное напряжение σ

Напряжение растяжения

Напряжение сжатия

Сдвиговое напряжение τ

ПОМНИТЕ, МЫ РАНЬШЕ ГОВОРИЛИ О СИЛЕ СДВИГА?

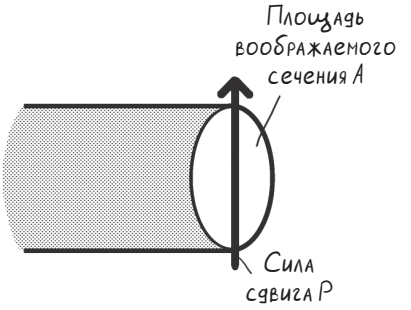
Сила сдвига

СДВИГ

А, ПАРА СИЛ, КОТОРАЯ ДЕЛАЕТ ИЗ КВАДРАТА ПАРАЛЛЕЛОГРАММ.

ДА! СИЛА СДВИГА ДЕЙСТВУЕТ НА СЕЧЕНИЕ ТЕЛА. ЕСЛИ РАЗДЕЛИТЬ ЕЕ НА ПЛОЩАДЬ, ТО ПОЛУЧАЕТСЯ СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ.

$$\text{Сдвиговое напряжение } \tau = \frac{\text{Сила сдвига } P}{\text{Площадь } A}$$

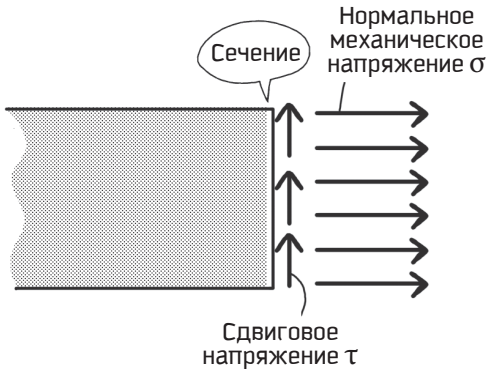


ИНЫМИ СЛОВАМИ, СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ – ЭТО ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ЕДИНИЦЕЙ ПЛОЩАДИ И СИЛОЙ СДВИГА?

А ТЫ ПОНЯЛА РАЗНИЦУ МЕЖДУ **НОРМАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ** И **СДВИГОВЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ**?

МОЖНО ЕЕ ИЗОБРАЗИТЬ НА БОКОВОМ СЕЧЕНИИ СКАЛКИ.

◆ Скалка, вид сбоку



АГА! НОРМАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ – ОНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО СЕЧЕНИЮ!

А СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ – ОНО, КАЖЕТСЯ, ДЕЙСТВУЕТ ПАРАЛЛЕЛЬНО СЕЧЕНИЮ!

Д-ДА.

ТО ЕСТЬ КОГДА СКАЛКУ РАСТЯГИВАЮТ И СЖИМАЮТ, ВНУТРЕННЯЯ СИЛА, КОТОРАЯ В НЕЙ ПОЯВЛЯЕТСЯ, – ЭТО ТОЛЬКО НОРМАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ?

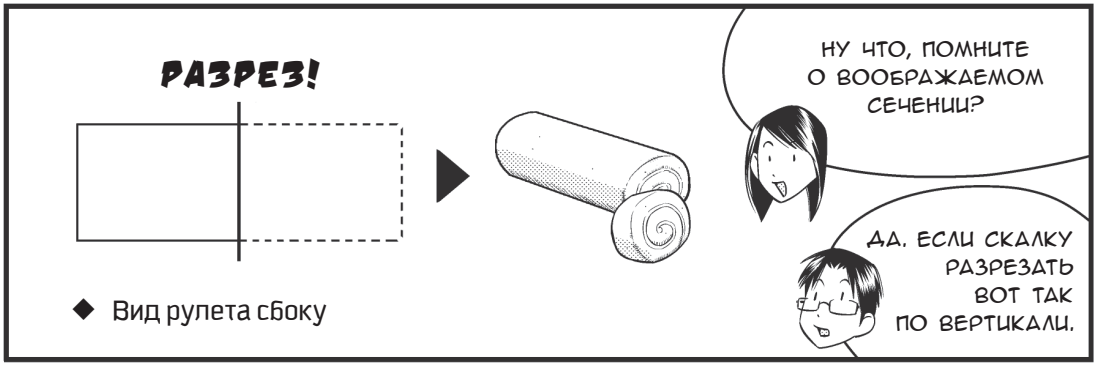
А ЗАЧЕМ НАМ ТОГДА ЗНАТЬ О СИЛЕ СДВИГА?

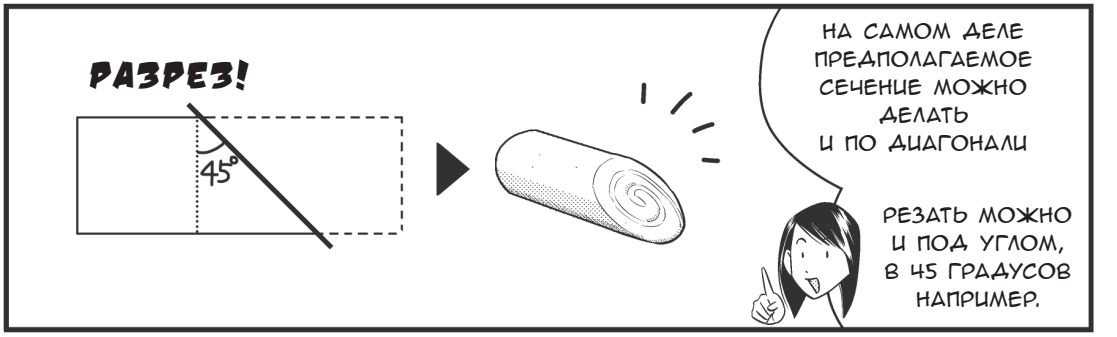
ХОРОШИЙ ВОПРОС! НО ОБ ЭТОМ ЧУТЬ ПОЗЖЕ.

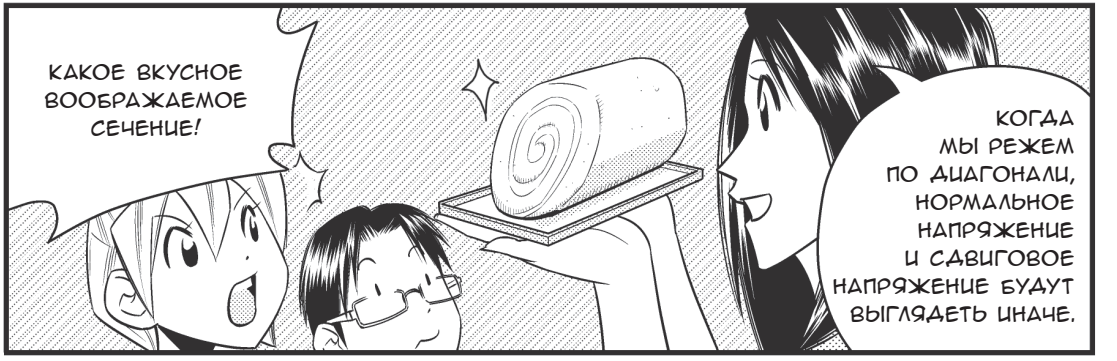
ЧТО?

ДАВАЙТЕ СНАЧАЛА СЪЕДИМ РУЛЕТИКИ!

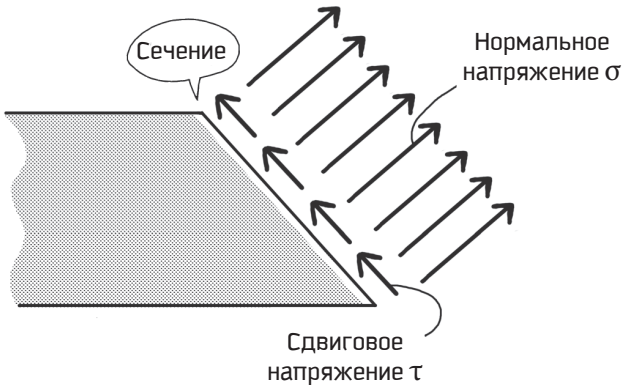
УРА! МЫ ОТДОХНЕМ!
НЕБОЛЬШАЯ ПЕРЕДЫШКА? ЭТО ХОРОШО.
ЭТО И НЕ ПЕРЕДЫШКА, А ПРОДОЛЖЕНИЕ ЗАНЯТИЙ!

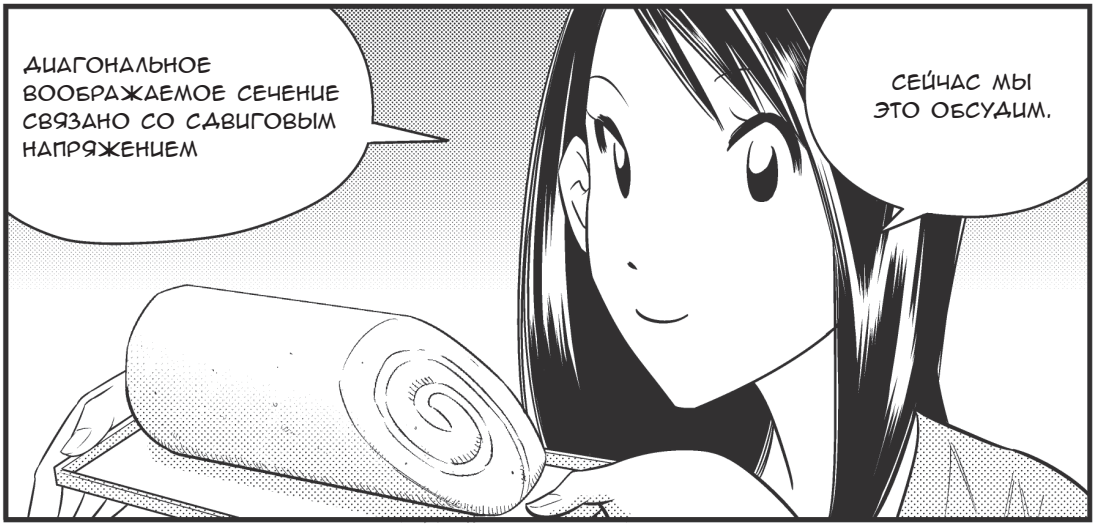

РАЗРЕЗ!
◆ Вид рулета сбоку
НУ ЧТО, ПОМНИТЕ О ВООБРАЖАЕМОМ СЕЧЕНИИ?
ДА. ЕСЛИ СКАЛКУ РАЗРЕЗАТЬ ВОТ ТАК ПО ВЕРТИКАЛИ.


РАЗРЕЗ!
45°
НА САМОМ ДЕЛЕ ПРЕДПОЛАГАЕМОЕ СЕЧЕНИЕ МОЖНО ДЕЛАТЬ И ПО ДИАГОНАЛИ
РЕЗАТЬ МОЖНО И ПОД УГЛОМ, В 45 ГРАДУСОВ НАПРИМЕР.

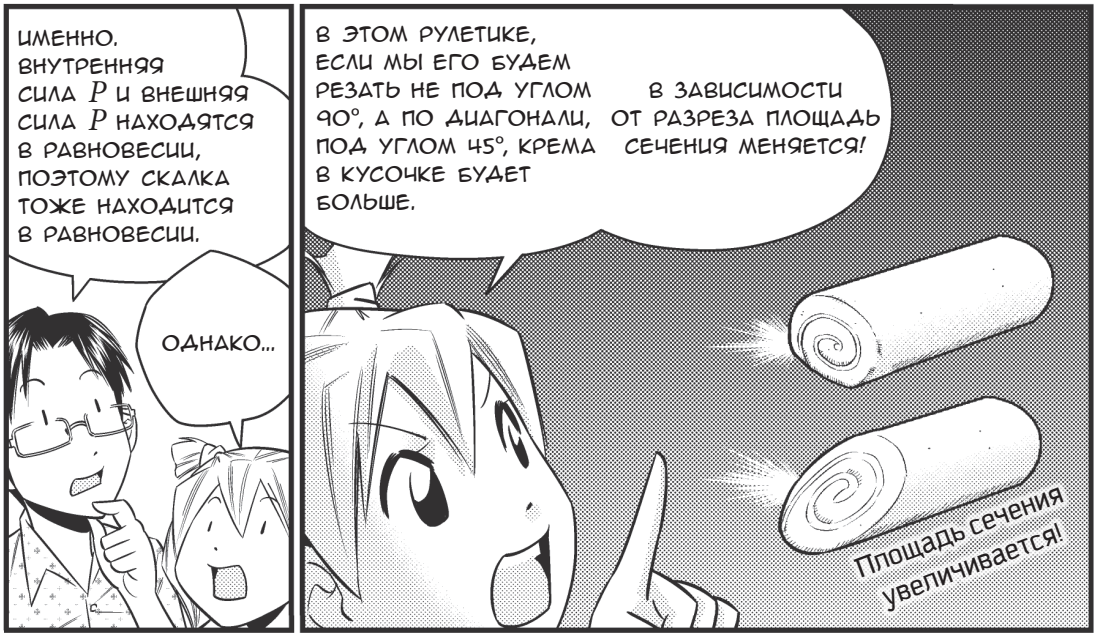

КАКОЕ ВКУСНОЕ ВООБРАЖАЕМОЕ СЕЧЕНИЕ!
КОГДА МЫ РЕЖЕМ ПО ДИАГОНАЛИ, НОРМАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ И СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ БУДУТ ВЫГЛЯДЕТЬ ИНАЧЕ.

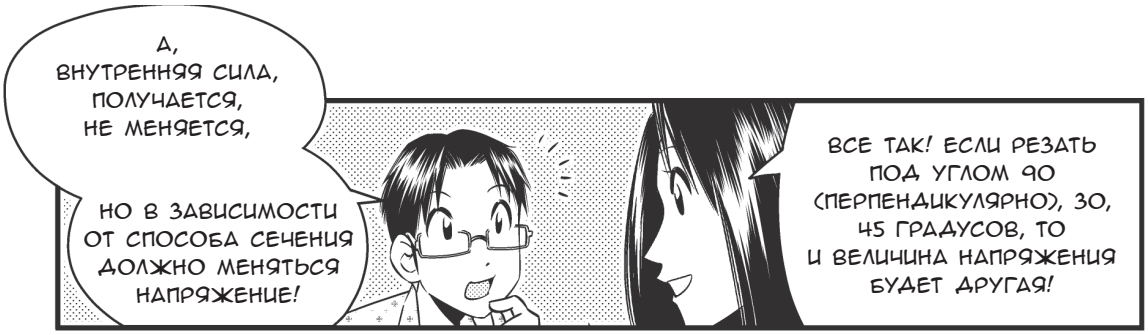
◆ Вид скалки сбоку при разрезе под углом

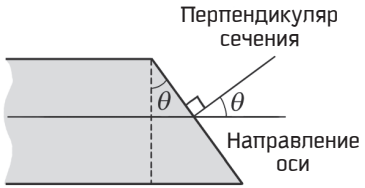




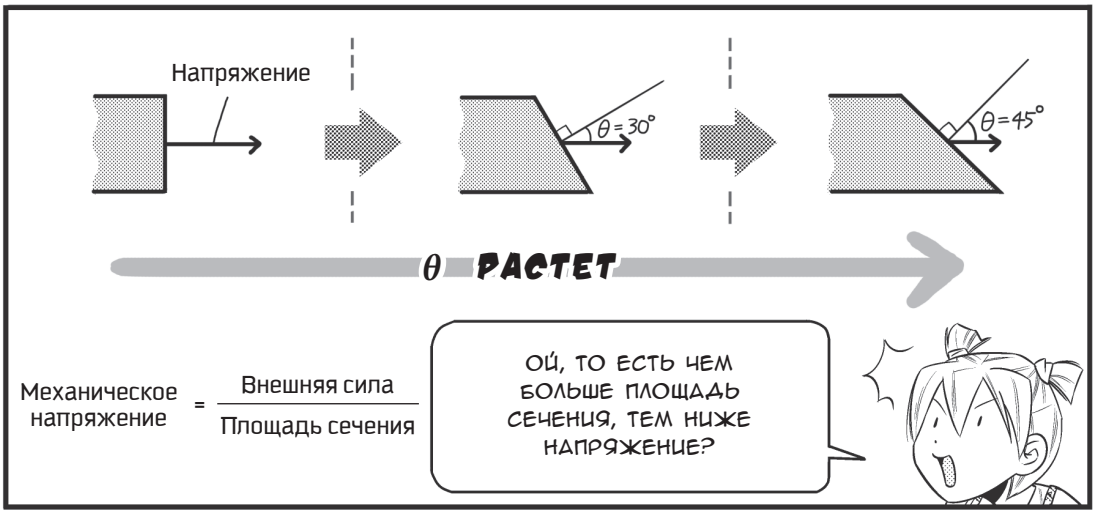
Раскладываем вектор напряжения (нормальное напряжение и касательное напряжение)

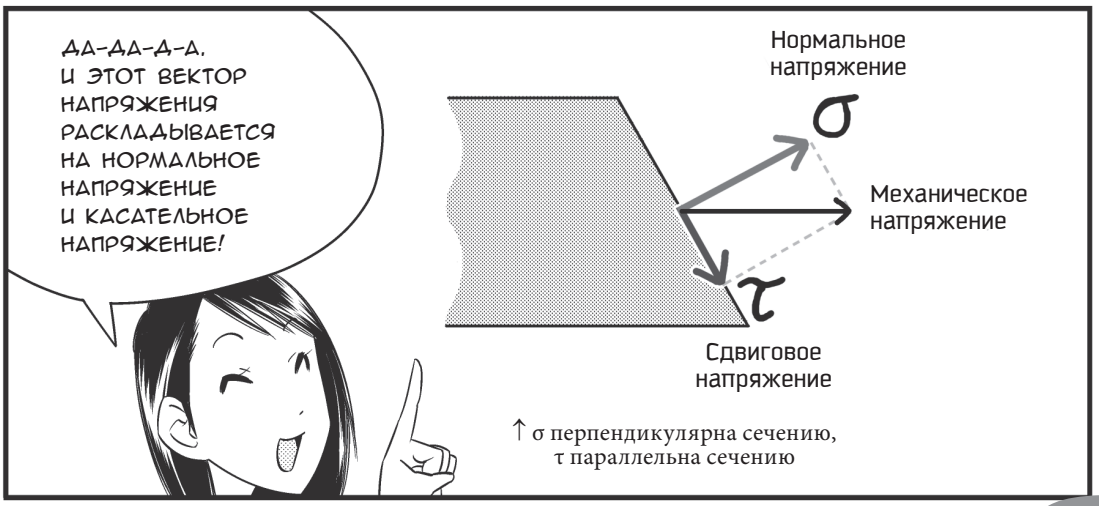






Угол между перпендикуляром к сечению (также нормалью) и его осью показывает степень наклона. Кстати, на рисунке слева два угла θ равны.

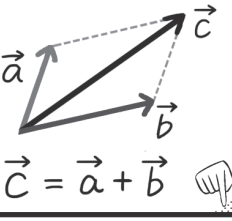




Примечание: см. стр. 70 для расчета формулы разложения вектора.

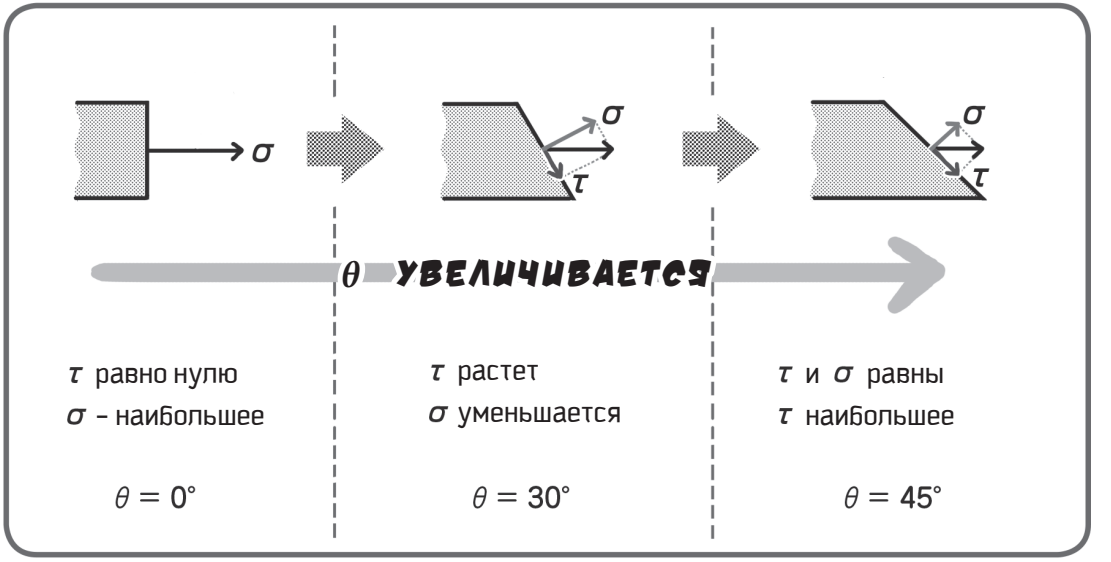
АГА! СИЛА – ВЕКТОР, А ВЕКТОРЫ МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И РАСКЛАДЫВАТЬ

Сложение векторов



ИМЕННО!

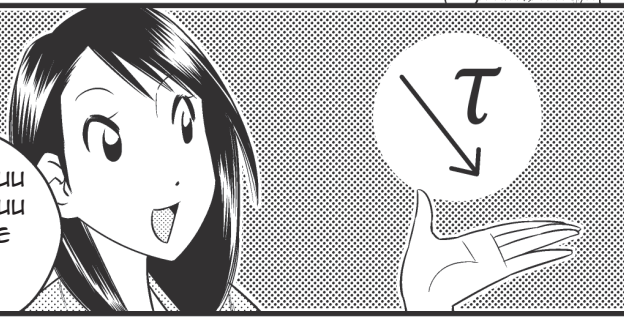
А ТЕПЕРЬ РАССМОТРИМ, КАК БУДУТ МЕНЯТЬСЯ НОРМАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ И СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УГЛАХ ОРИЕНТАЦИИ ВООБРАЖАЕМОГО СЕЧЕНИЯ!



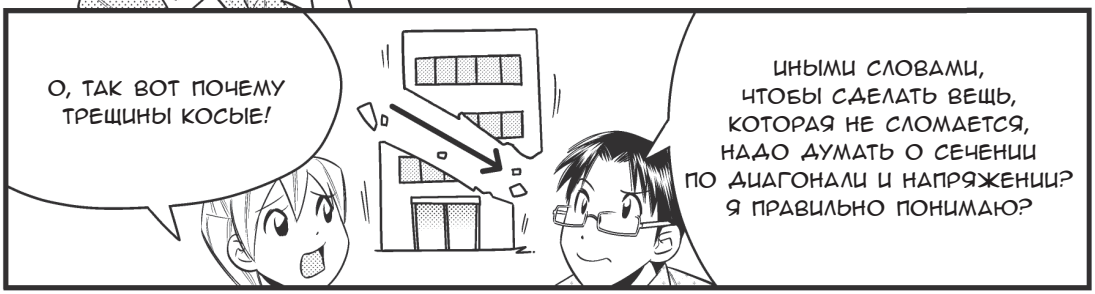
ТО ЕСТЬ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УГЛА МЕНЯЮТСЯ И НАПРЯЖЕНИЯ?

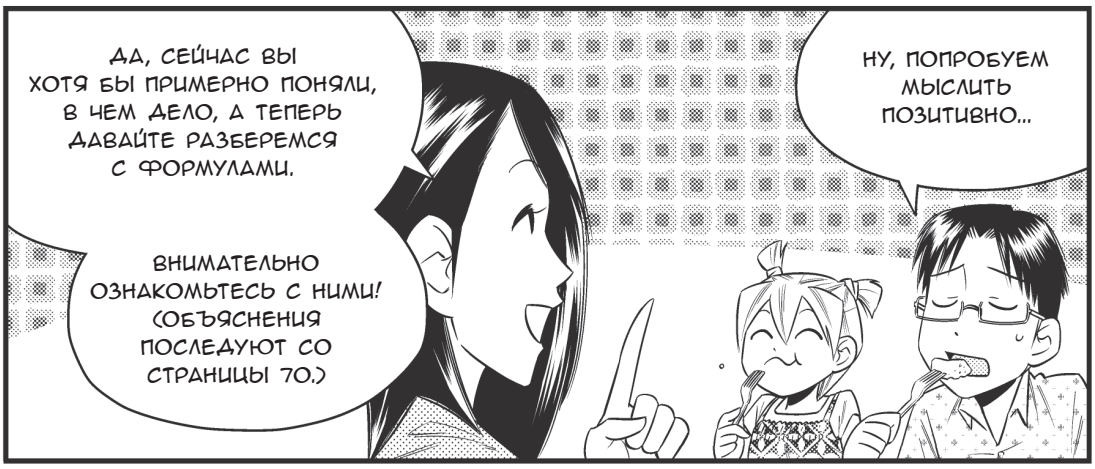
ВСЕ ТАК! И МНЕ ХОТЕЛОСЬ БЫ, ЧТОБЫ ВЫ ЭТО ПОНИМАЛИ.

ДАЖЕ ПРИ ПРОСТОМ РАСТЯЖЕНИИ В ДИАГОНАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ ПОЯВЛЯЕТСЯ СДВИГОВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ТАУ – В ЭТОМ СУТЬ.

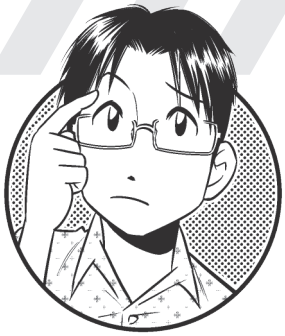


Бетон имеет высокую прочность при сжатии, поэтому действие напряжений сжатия не приводит к развитию протяженных трещин, а напряжение сдвига приводит к появлению трещин под углом 45°.





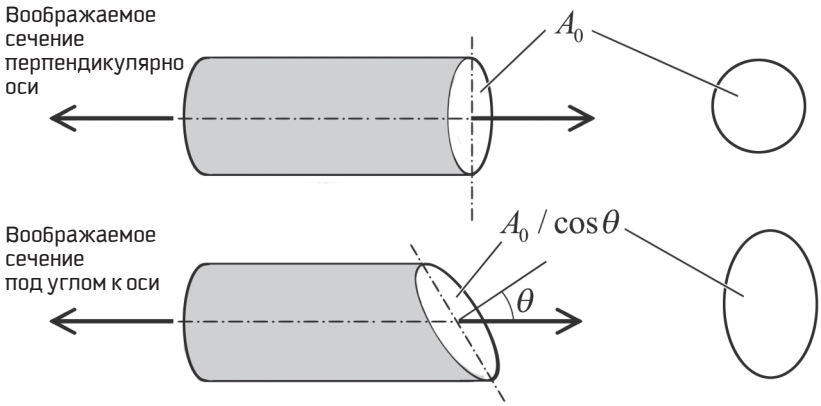
Круги Мора



Сейчас мы узнали, что нормальное напряжение и касательное напряжение меняются в зависимости от угла воображаемого сечения.
Зная формулы, мы можем разобраться в этом подробнее и получить **диаграмму изменения напряжений сдвига и нормального напряжения**. Это так называемые **круги Мора**.
Что это вообще такое?
Узнаем ответ, вспомнив тригонометрические формулы синуса и косинуса.

Сначала мы попытаемся объяснить, как меняются нормальное напряжение и сдвиговое напряжение при диагональном воображаемом сечении, получив математическую формулу.

Для начала разберемся, какие там углы.

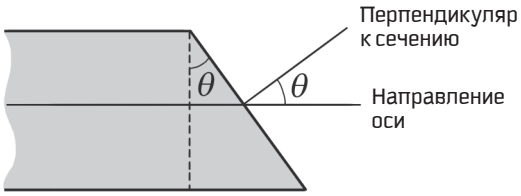


Площадь перпендикулярного сечения и сечения по диагонали

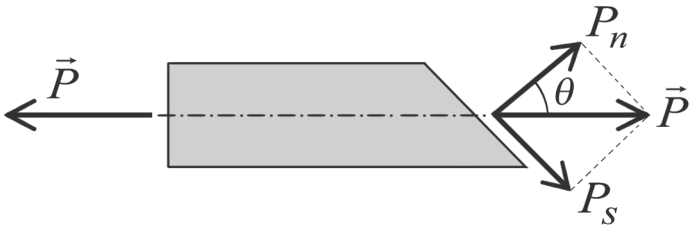
Площадь сечения по диагонали показана на рисунке выше.

Когда скалку режут под углом 90° (перпендикулярно оси), площадь сечения обозначается A_0. Площадь сечения при угле θ можно выразить как $A_0 / \cos\theta$.

При виде сбоку, как показано на следующем рисунке, угол наклона воображаемого сечения становится равен углу между вертикальной осью сечения и перпендикуляром к ней.



Если обозначить вектор внутренней силы у поверхности сечения под углом θ как $\vec{P}$ ($|\vec{P}| = P$), то векторы, перпендикулярные к сечению и параллельные ему, можно выразить соответственно как $P_n = P\cos\theta$ и $P_s = P\sin\theta$.



Распределение векторов

Так как напряжение – это внутренняя сила, деленная на площадь сечения, то вектор напряжения будет выглядеть так:

$$\vec{t} = \frac{\vec{P}}{A_0/\cos\theta} = \frac{\vec{P}}{A_0}\cos\theta. \quad (1)$$

Эта величина зависит от $\cos\theta$ и уменьшается по мере увеличения угла.

Аналогично, величины механических напряжений перпендикулярно сечению и параллельно ему получаем из величин компонентов векторов внутренних сил P_n, и P_s. Обратите внимание, что величины нормальных и касательных напряжений не являются векторами, их направление задано выбранным сечением.

$$\sigma = \frac{P_n}{A_0/\cos\theta} = \frac{P}{A_0}\cos^2\theta; \quad (2)$$

$$\tau = \frac{P_s}{A_0/\cos\theta} = \frac{P}{A_0}\sin\theta\cos\theta. \quad (3)$$

Из этой формулы видна взаимосвязь значений сигмы и тау от угла сечения.

Иными словами, несмотря на то что внутренняя сила при растяжении скалки не меняется, распределение напряжений сигмы и тау меняется в зависимости от угла сечения.

Запомните, что распределение напряжений меняется в зависимости от выбранного угла воображаемого сечения.

Теперь по формулам (2) и (3) попробуем рассчитать, какие значения касательного и нормального напряжений будут действовать в стальном стержне, на который действует растяжение, в зависимости от угла воображаемого сечения.

◆ В случае $\theta = 0°$ (перпендикулярное сечение):

нормальное напряжение $\sigma = \frac{P}{A_0}$; сдвиговое напряжение $\tau = 0$.

◆ В случае $\theta = 30°$:

нормальное напряжение $\sigma = \frac{P\cos^2 30°}{A_0} = \frac{P}{A_0}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}\frac{P}{A_0}$;

сдвиговое напряжение $\tau = \frac{P\sin\theta\cos\theta}{A_0} = \frac{P}{A_0}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{P}{A_0}$.

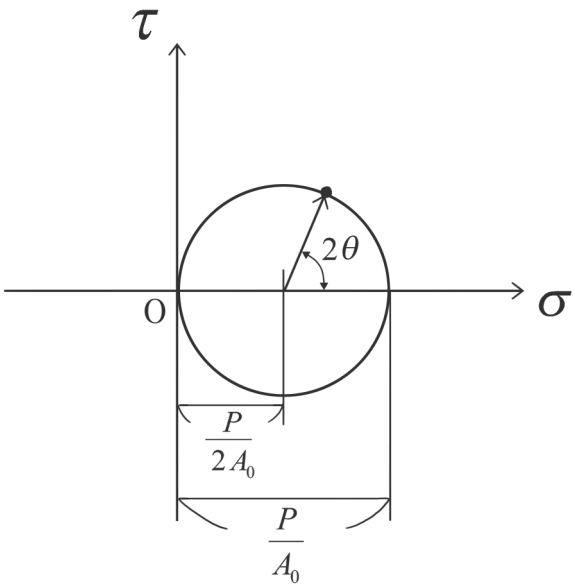
◆ В случае $\theta = 45°$:

нормальное напряжение $\sigma = \frac{P\cos^2 45°}{A_0} = \frac{P}{A_0}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{P}{A_0}$;

сдвиговое напряжение $\tau = \frac{P\sin\theta\cos\theta}{A_0} = \frac{P}{A_0}\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\frac{P}{A_0}$.

На основании формул (2) и (3) при значениях угла θ от $-90°$ до $90°$ можно вычислить значения σ и τ и нарисовать график, где на оси абсцисс будет σ, а на оси ординат – τ.

График будет выглядеть так.



Круг Мора

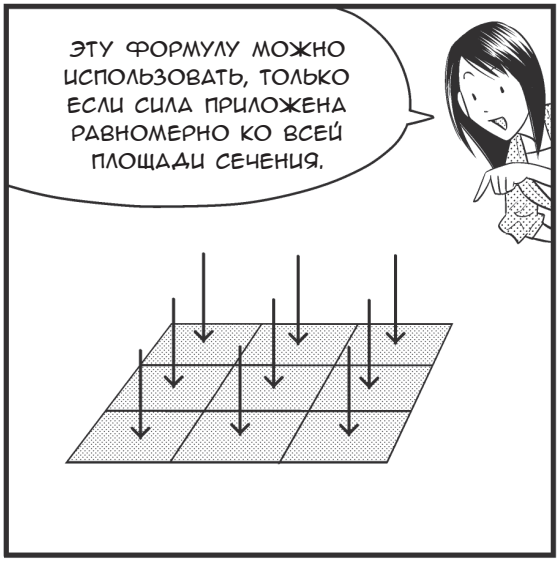
Ничего не удивляет? Это идеальная окружность.

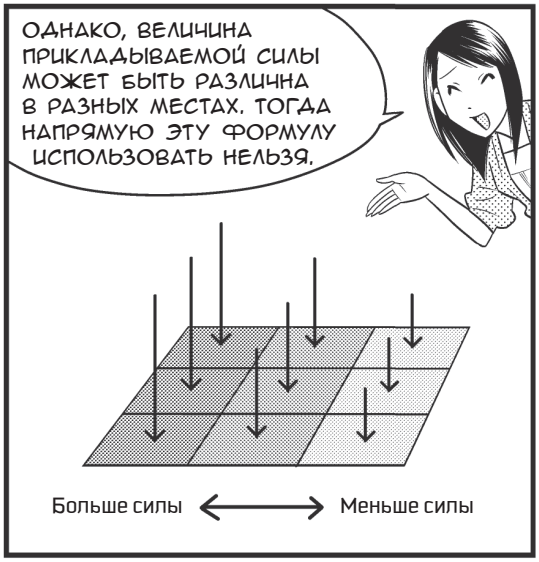
Связь напряжений σ и τ изображается окружностью, центр которой находится на горизонтальной оси.

Это круг Мора, названный так в честь немецкого инженера и механика.

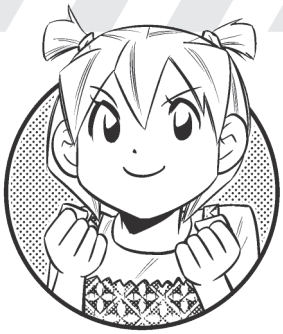
Выбрав значение угла θ, можно определить значения напряжений по этой окружности, что будет очень наглядно!

Только не режь вдоль! (Как найти напряжение)





Как выразить напряжение с помощью дельты?

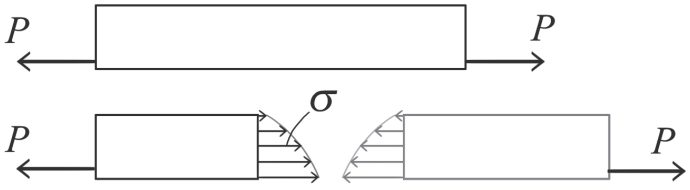


В суровом мире механики не всегда можно обойтись простенькими формулами...
Однако далее мы будем говорить о важных вещах относительно напряжения, поэтому постарайтесь их запомнить.
Нам встретятся символы Δ (дельта), Σ (сигма), lim (предел), но удивляться не следует.
Δ используется, чтобы обозначить маленькое количество. Σ – общая сумма. lim – сокращение от английского limit и обозначает предел, к которому стремится выражение, записываемое за этим математическим оператором, при стремлении одной из переменных в этом выражении к какому-либо численному значению.

Когда к телу приложена сила, в воображаемом сечении действует внешняя сила.

Внутренняя сила не действует одинаково по всему сечению, а распределяется по нему.

Если считать, что внутренняя сила P действует равномерно по всей поверхности сечения, то в любой точке напряжение будет вычисляться по формуле $\sigma = P/A$. Однако в случаях, как на иллюстрации ниже, когда действует произвольная сила, напряжение в разных точках воображаемого сечения будет разным. Представим себе брусок, как на рисунке ниже, высота которого достаточно велика, по сравнению с длиной (типичный пример – кирпич). Приложив силы растяжения по краям бруска в нижних точках его торцов, мы обнаружим, что внутренние силы в воображаемом сечении посередине бруска распределены не равномерно, а примерно так, как показано на рисунке.



Распределение напряжения в зависимости от точки

Тогда как в таких случаях вычислить напряжение? Давайте думать по порядку.

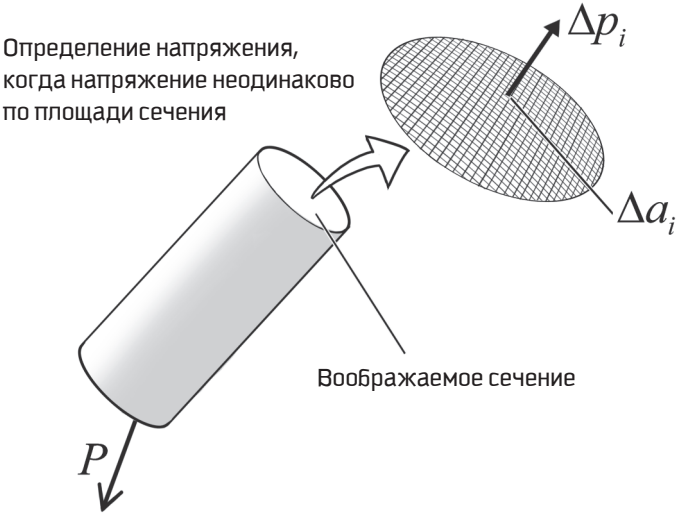
Прежде всего разобьем все сечение на малые площадки с площадью Δa_i, и пусть на каждом таком **микросечении** (дифференциале) Δa_i действует внутренняя сила $\Delta\vec{p}_i$.

Тогда сумма дифференциалов внутренних сил будет равняться:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \Delta\vec{p}_i.$$

Сумма дифференциалов сечений равняется общей площади воображаемого сечения:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta a_i.$$



Деление воображаемого сечения на очень маленькие части

В таком случае при делении векторов дифференциалов внутренних сил $\Delta\vec{p}_i$ на дифференциалы площади Δa_i мы определим вектор напряжения, которое действует в каждом элементе площади:

$$\vec{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta a_i}.$$

Вдобавок если Δa_i бесконечно мала,

$$\vec{t} = \lim_{\Delta a_i \to 0} \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta a_i},$$

то предел этого выражения определяет напряжение, которое действует в точке *i* предполагаемого сечения.

Здесь мы используем понятие **дифференциала** из математики.

Единица напряжения – паскаль (Па).

Используя компонент вектора дифференциала внутренней силы Δp_{in}, перпендикулярный площади сечения, и Δp_{is}, параллельный ему, можно вычислить значения полных нормального и касательного напряжения, действующих в этом сечении:

$$\sigma = \lim_{\Delta a_i \to 0} \frac{\Delta p_{in}}{\Delta a_i}.$$

$$\tau = \lim_{\Delta a_i \to 0} \frac{\Delta p_{is}}{\Delta a_i}.$$

Ну как? Все ли вам понятно?

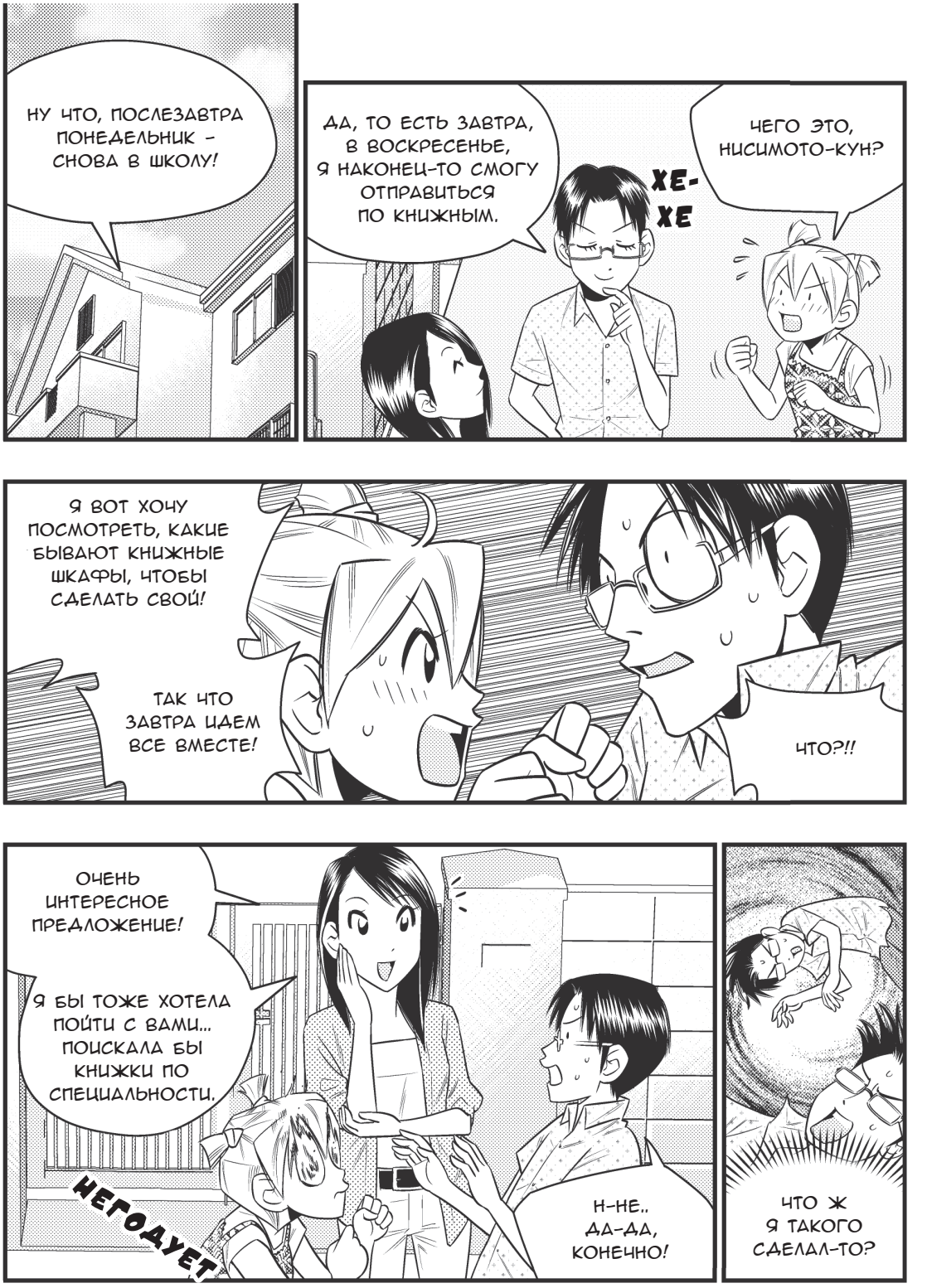
Если считать площадь сечения равной сумме дифференциалов площадей, то, используя предел, можно вычислить напряжение.

Чем меньше площадки, тем меньше изменения значения напряжения внутри ее границ. Поэтому если считать, размер площадки столь мал, что в ее пределах напряжение не меняется, то можно использовать формулы

Сила = Напряжение × Площадь;

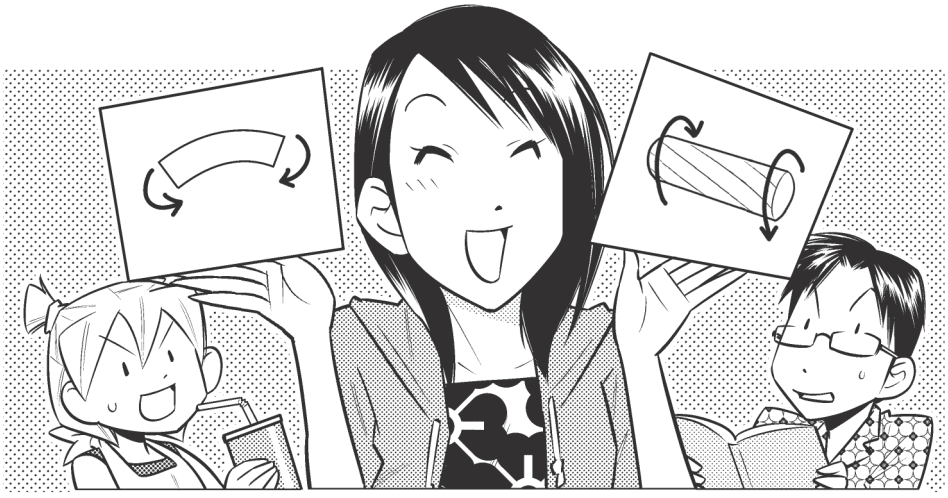
Напряжение = Сила / Площадь.

Такой подход очень важен при вычислениях (см. гл. 5, стр. 147), поэтому давайте его запомним!


НУ ЧТО, ПОСЛЕЗАВТРА ПОНЕДЕЛЬНИК – СНОВА В ШКОЛУ!
ДА, ТО ЕСТЬ ЗАВТРА, В ВОСКРЕСЕНЬЕ, Я НАКОНЕЦ-ТО СМОГУ ОТПРАВИТЬСЯ ПО КНИЖНЫМ.
ХЕ-ХЕ
ЧЕГО ЭТО, НИСИМОТО-КУН?
Я ВОТ ХОЧУ ПОСМОТРЕТЬ, КАКИЕ БЫВАЮТ КНИЖНЫЕ ШКАФЫ, ЧТОБЫ СДЕЛАТЬ СВОЙ!
ТАК ЧТО ЗАВТРА ИДЕМ ВСЕ ВМЕСТЕ!
ЧТО?!!
ОЧЕНЬ ИНТЕРЕСНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ!
Я БЫ ТОЖЕ ХОТЕЛА ПОЙТИ С ВАМИ... ПОИСКАЛА БЫ КНИЖКИ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ.
НЕГОДУЕТ
Н-НЕ.. ДА-ДА, КОНЕЧНО!
ЧТО Ж Я ТАКОГО СДЕЛАЛ-ТО?

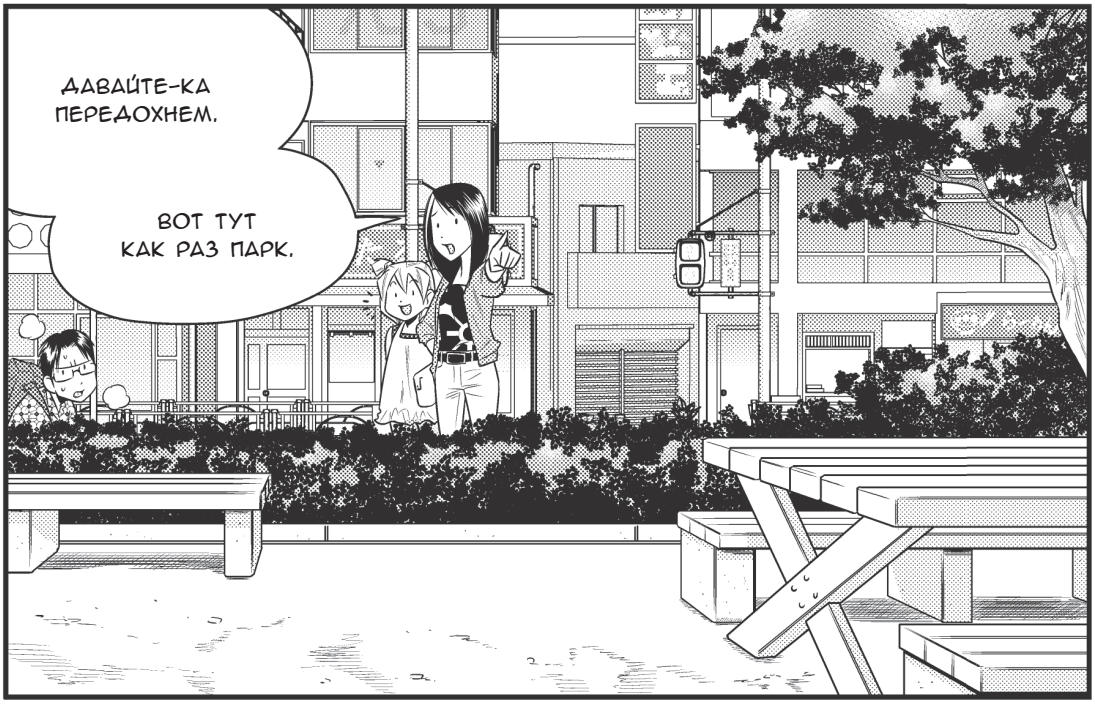
ГЛАВА 3

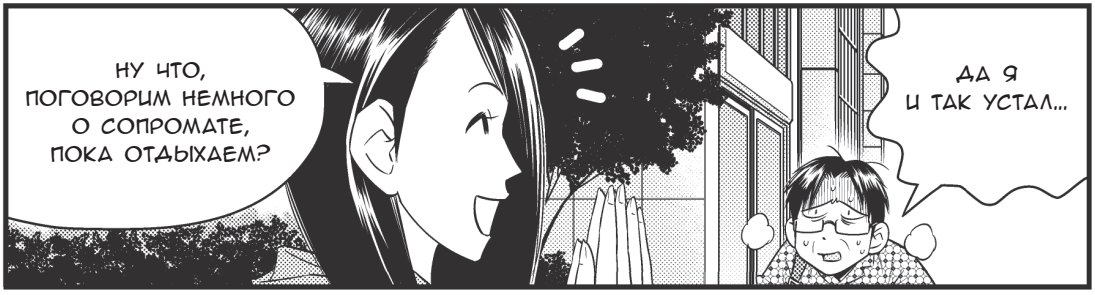
О ДЕФОРМАЦИИ



ХОРОШО ПОГУЛЯЛИ СЕГОДНЯ! Я СМОГЛА КУПИТЬ НУЖНЫЕ КНИГИ, ДА ЕЩЕ ДЕШЕВО!
Я СТОЛЬКО КНИЖНЫХ ШКАФОВ УВИДЕЛА, ЧТО ВДОХНОВЕНИЕ ПРЯМО КИПИТ!
ФУУУУХ!
ФУУУУХ!
...Д-ДА ПОГОДИТЕ ЖЕ ВЫ.
ОХ, СЕГОДНЯ Я МНОГО ГДЕ ПОБЫВАЛА, СПАСИБО!
МЫ, КАЖЕТСЯ, СИЛЬНЕЕ...
ДА НЕТ!

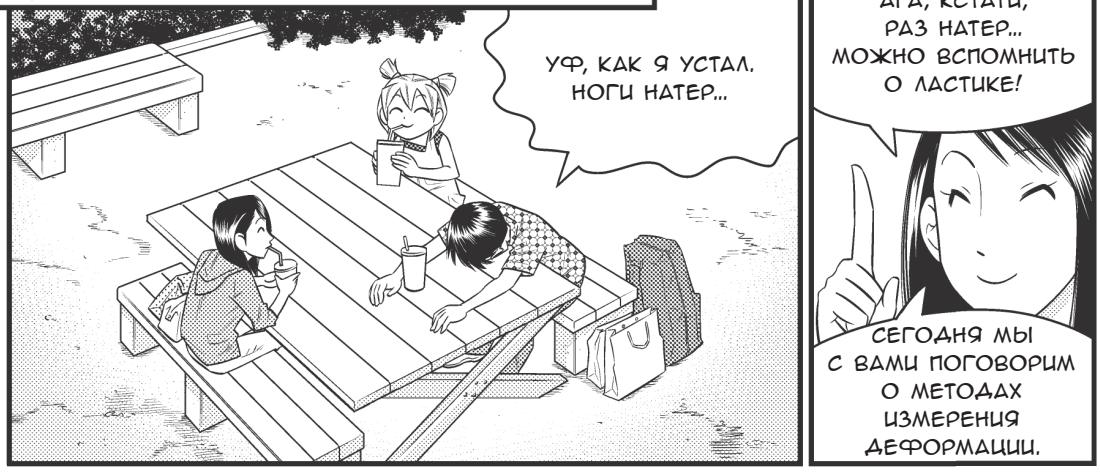
Я ОДИН ВСЕ ЭТО НЕСУ!
ФУХ-ФУХ!
ФУХ-ФУХ!
А ВПРОЧЕМ, ВСЯ МАССА КНИЖЕК, ЧТО Я КУПИЛ, – ДОКАЗАТЕЛЬСТВО МОЕГО СЧАСТЬЯ...


ДАВАЙТЕ-КА ПЕРЕДОХНЕМ.
ВОТ ТУТ КАК РАЗ ПАРК.

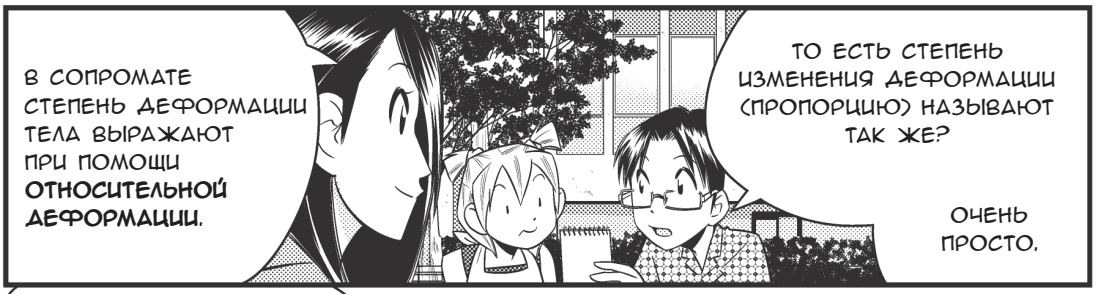

НУ ЧТО, ПОГОВОРИМ НЕМНОГО О СОПРОМАТЕ, ПОКА ОТДЫХАЕМ?
ДА Я И ТАК УСТАЛ...

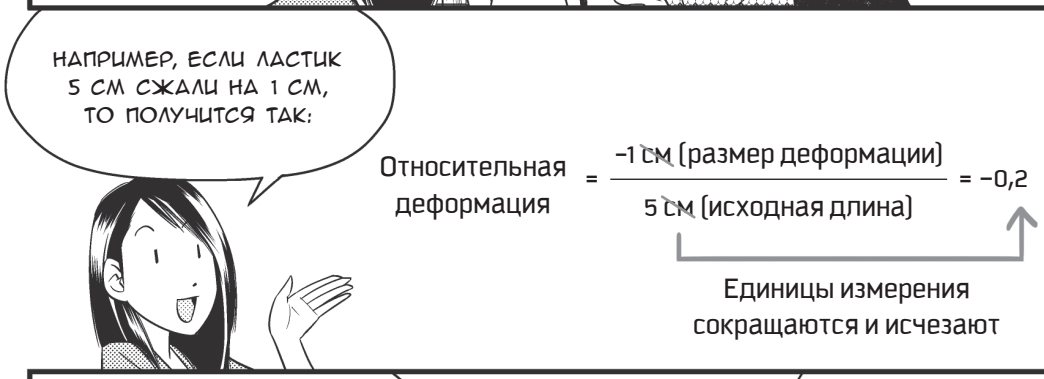
1. КАК ПОДСЧИТАТЬ ДЕФОРМАЦИЮ?

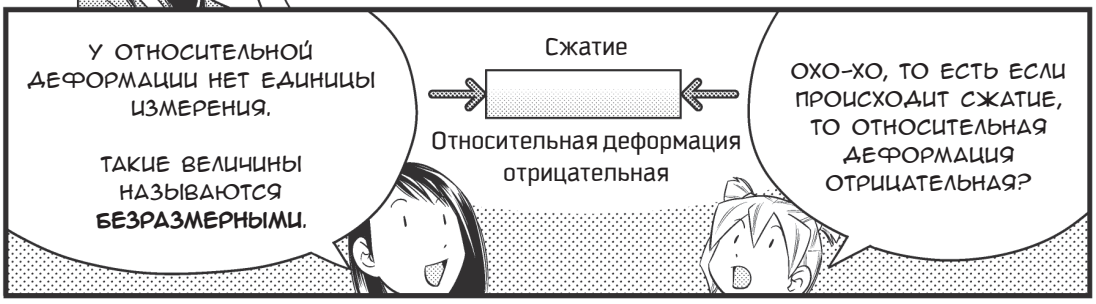
Что такое относительная деформация

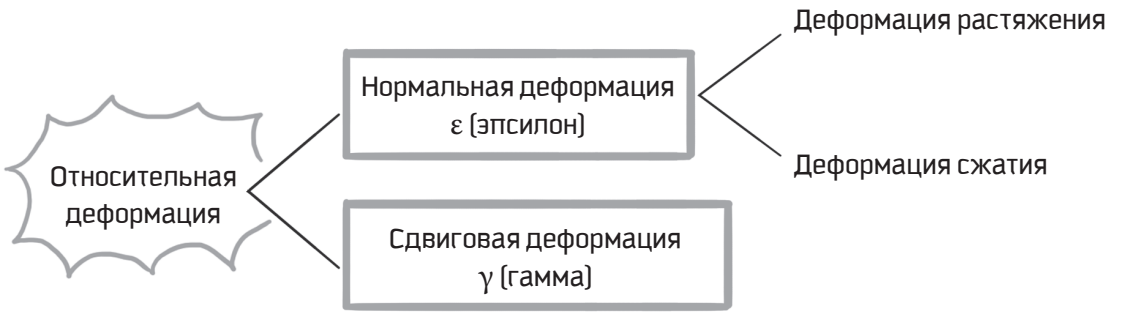


ИТАК
ЧТОБЫ УЗНАТЬ СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ, НАДО ЗНАТЬ НЕ ТОЛЬКО, НАСКОЛЬКО ИЗМЕНИЛОСЬ ТЕЛО, НО И ЕГО ИСХОДНУЮ ДЛИНУ.
ПОСМОТРИТЕ НА ЭТУ ФОРМУЛУ
Относительная деформация = Величина деформации / Исходный размер

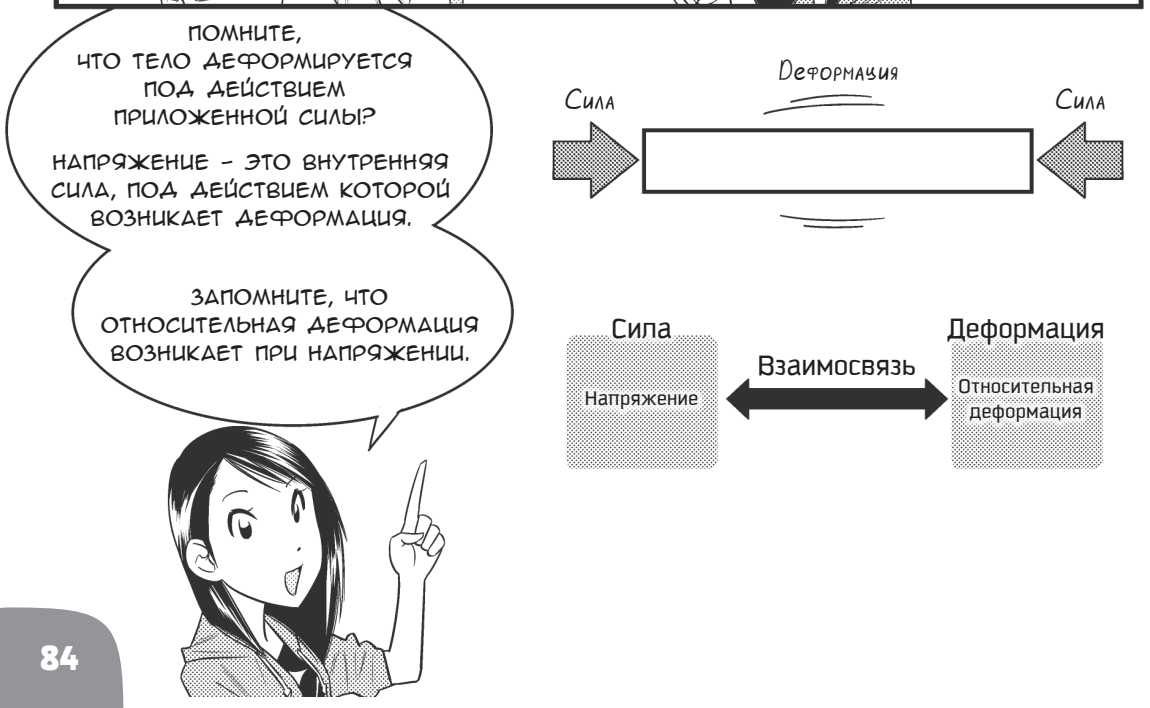

В СОПРОМАТЕ СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА ВЫРАЖАЮТ ПРИ ПОМОЩИ **ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ**.
ТО ЕСТЬ СТЕПЕНЬ ИЗМЕНЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ (ПРОПОРЦИЮ) НАЗЫВАЮТ ТАК ЖЕ?
ОЧЕНЬ ПРОСТО.

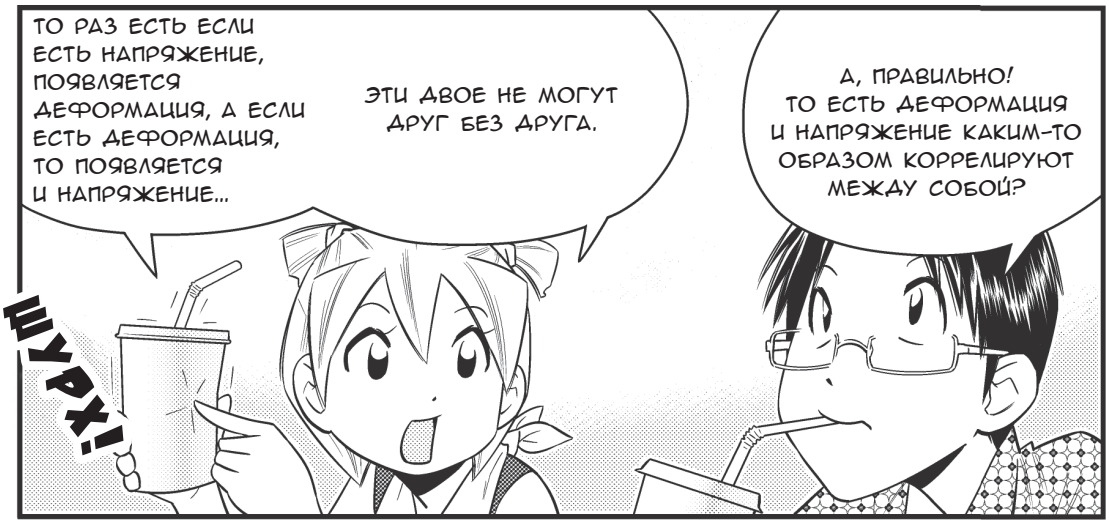

НАПРИМЕР, ЕСЛИ ЛАСТИК 5 СМ СЖАЛИ НА 1 СМ, ТО ПОЛУЧИТСЯ ТАК:
Относительная деформация = −1 см (размер деформации) / 5 см (исходная длина) = −0,2
Единицы измерения сокращаются и исчезают

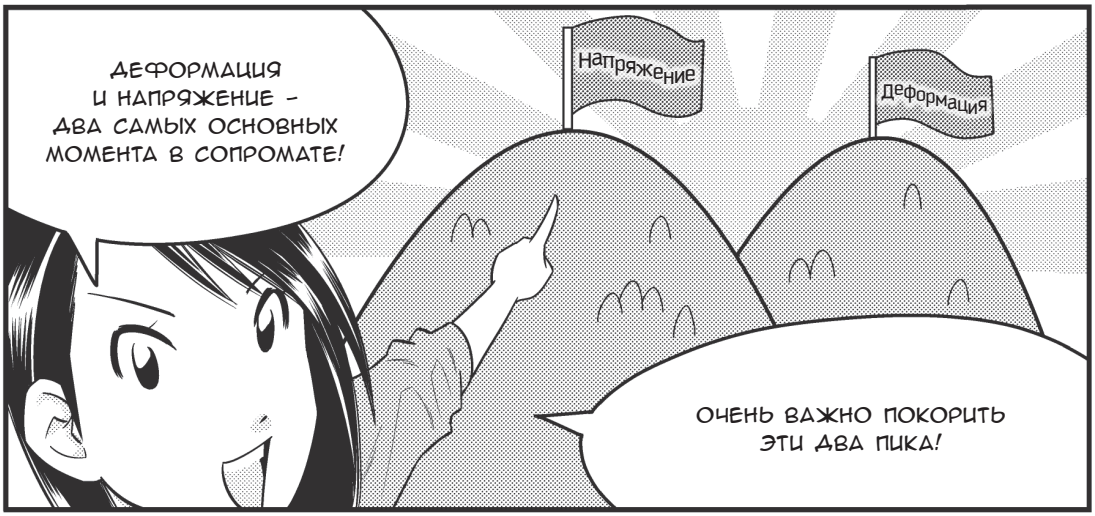

У ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ НЕТ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ.
ТАКИЕ ВЕЛИЧИНЫ НАЗЫВАЮТСЯ **БЕЗРАЗМЕРНЫМИ**.
Сжатие
Относительная деформация отрицательная
ОХО-ХО, ТО ЕСТЬ ЕСЛИ ПРОИСХОДИТ СЖАТИЕ, ТО ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ?


Относительная деформация
Нормальная деформация ε (эпсилон)
Сдвиговая деформация γ (гамма)
Деформация растяжения
Деформация сжатия

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПОДРАЗДЕЛЯЕТСЯ НА СЛЕДУЮЩИЕ КАТЕГОРИИ:
НОРМАЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ОБОЗНАЧАЕТСЯ БУКВОЙ ЭПСИЛОН ε, **СДВИГОВАЯ ДЕФОРМАЦИЯ** ОБОЗНАЧАЕТСЯ БУКВОЙ ГАММА γ
Э? ГДЕ-ТО МЫ УЖЕ ЭТО ВИДЕЛИ
ИМЕННО! ЭТО ПРАКТИЧЕСКИ ОДИН В ОДИН СХЕМА НАПРЯЖЕНИЯ (СТР. 70). НОРМАЛЬНОЕ, СДВИГА...
ТОЧНО! НА САМОМ ДЕЛЕ НАПРЯЖЕНИЕ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ СВЯЗАНЫ МЕЖДУ СОБОЙ


ПОМНИТЕ, ЧТО ТЕЛО ДЕФОРМИРУЕТСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИЛОЖЕННОЙ СИЛЫ?
НАПРЯЖЕНИЕ – ЭТО ВНУТРЕННЯЯ СИЛА, ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОТОРОЙ ВОЗНИКАЕТ ДЕФОРМАЦИЯ.
ЗАПОМНИТЕ, ЧТО ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ВОЗНИКАЕТ ПРИ НАПРЯЖЕНИИ.
Деформация
Сила
Сила
Сила
Напряжение
Взаимосвязь
Деформация
Относительная деформация


ТО РАЗ ЕСТЬ ЕСЛИ ЕСТЬ НАПРЯЖЕНИЕ, ПОЯВЛЯЕТСЯ ДЕФОРМАЦИЯ, А ЕСЛИ ЕСТЬ ДЕФОРМАЦИЯ, ТО ПОЯВЛЯЕТСЯ И НАПРЯЖЕНИЕ...
ЭТИ ДВОЕ НЕ МОГУТ ДРУГ БЕЗ ДРУГА.
А, ПРАВИЛЬНО! ТО ЕСТЬ ДЕФОРМАЦИЯ И НАПРЯЖЕНИЕ КАКИМ-ТО ОБРАЗОМ КОРРЕЛИРУЮТ МЕЖДУ СОБОЙ?
ШУРХ!


ДЕФОРМАЦИЯ И НАПРЯЖЕНИЕ – ДВА САМЫХ ОСНОВНЫХ МОМЕНТА В СОПРОМАТЕ!
Напряжение
Деформация
ОЧЕНЬ ВАЖНО ПОКОРИТЬ ЭТИ ДВА ПИКА!

КАЖЕТСЯ, С НАМИ СЛУЧИТСЯ КАТАСТРОФА НА ПУТИ...
ИМЕННО.
НЕ МАЛОДУШНИЧАЙТЕ ОБА!
ПОГОВОРИМ О ВИДАХ ДЕФОРМАЦИИ ПО ПОРЯДКУ.

Что бывает с длиной и диаметром при сжатии и растяжении (нормальная деформация)

НАЧНЕМ С **НОРМАЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ**. ЭТО ДЕФОРМАЦИЯ, КОТОРАЯ СЛУЧАЕТСЯ ПРИ СЖАТИИ И РАСТЯЖЕНИИ.

Нормальная деформация
ε (эпсилон)

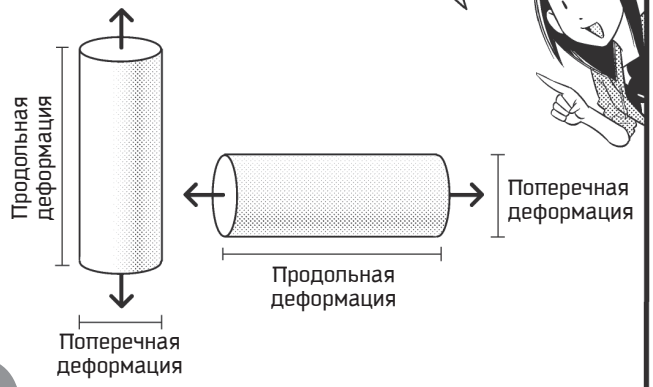
А ТЕПЕРЬ ПРЕДСТАВИМ, ЧТО СТЕРЖЕНЬ РАСТЯГИВАЮТ.

КАКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОИЗОЙДУТ С НИМ ВО ВРЕМЯ ДЕФОРМАЦИИ?

ЭТО... КОГДА К СТЕРЖНЮ ПРИЛОЖИЛИ СИЛУ РАСТЯЖЕНИЯ, ЕГО ДЛИНА УВЕЛИЧИЛАСЬ, А ДИАМЕТР УМЕНЬШИЛСЯ.

ИМЕННО! ВАЖНО ОБРАЩАТЬ ВНИМАНИЕ НА ДЛИНУ И ДИАМЕТР СТЕРЖНЯ.

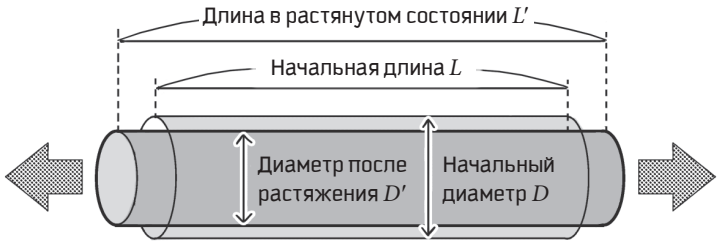
НОРМАЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ, КОТОРАЯ МЕНЯЕТ ДЛИНУ СТЕРЖНЯ, НАЗЫВАЕТСЯ **ПРОДОЛЬНОЙ**. НОРМАЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ, КОТОРАЯ МЕНЯЕТ ДИАМЕТР СТЕРЖНЯ, НАЗЫВАЕТСЯ **ПОПЕРЕЧНОЙ**.



АГА, ТО ЕСТЬ ПРОДОЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ – ЭТО ДЕФОРМАЦИЯ ВДОЛЬ ОСИ СТЕРЖНЯ, ДА?

НЕ ВАЖНО, ГДЕ НАХОДИТСЯ СТЕРЖЕНЬ, ГЛАВНОЕ – ПОНИМАТЬ, ГДЕ ЕГО ОСЬ.

А ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОСМОТРИМ НА ФОРМУЛЫ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИЙ. ВЕЛИЧИНА ДЕФОРМАЦИИ, ПОСКОЛЬКУ ОНА ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ МАЛОЙ, БУДЕТ РАССЧИТЫВАТЬСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Δ (ДЕЛЬТА).



$$\text{Продольная деформация } \varepsilon = \frac{\Delta L \text{ (величина деформации)}}{L \text{ (начальная длина)}} = \frac{L' - L}{L}$$

$$\text{Поперечная деформация } \varepsilon = \frac{\Delta D \text{ (величина деформации)}}{D \text{ (начальный диаметр)}} = \frac{D' - D}{D}$$

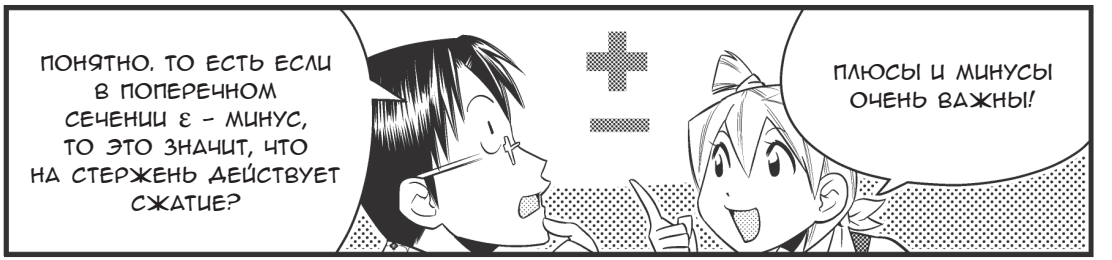
АГА, ТЕПЕРЬ Я ПОНИМАЮ! ДЛИНА И ДИАМЕТР МЕНЯЮТСЯ ДРУГ ЗА ДРУГОМ.

ЕЩЕ ВАЖНО ОБРАТИТЬ ВНИМАНИЕ НА ТО, КАК ОТЛИЧАЮТСЯ ДЕФОРМАЦИЯ РАСТЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИЯ СЖАТИЯ.

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВИДА ДЕФОРМАЦИИ (РАСТЯЖЕНИЕ ИЛИ СЖАТИЕ) МЕНЯЕТСЯ ЗНАК, КОТОРЫЙ БУДЕТ СТОЯТЬ ПЕРЕД ЗНАЧЕНИЕМ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ, ПЛЮС ИЛИ МИНУС.

В случае деформации растяжения	В случае деформации сжатия
Продольная деформация ε (плюс) Поперечная деформация ε′ (минус)	Продольная деформация ε (минус) Поперечная деформация ε′ (плюс)

Примечание: обычно считается, что деформации растяжения соответствует знак плюс, деформации сжатия – минус. Однако редко, для некоторых материалов, но бывают случаи, когда при сжатии относительная деформация сжатия положительная. В таких случаях надо поступать в зависимости от обстоятельств, чтобы не наделать ошибок.



$$\text{Коэффициент Пуассона } \nu = -\frac{\varepsilon' \text{ (продольная деформация)}}{\varepsilon \text{ (поперечная деформация)}}$$

Чтобы коэффициент Пуассона был положительным, перед ним добавляют минус. Заметим, что для некоторых материалов коэффициент Пуассона может быть отрицательным, т.е. при растяжении они увеличивают свой поперечный размер.

Деформация формы (сдвиговая деформация)

Дальше поговорим о сдвиговой деформации, которая обозначается буквой γ (гамма)

Сдвиговая деформация γ (гамма)

Хм, деформация сдвига... Она как-то связана с силой сдвига или напряжением сдвига?

До деформации

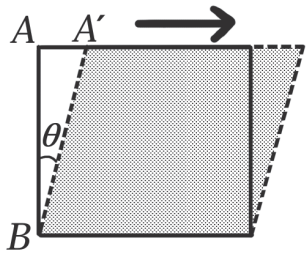
Сила сдвига

После деформации

Именно. Благодаря силе сдвига квадрат меняет форму и превращается в параллелограмм.

А как сдвиговая деформация выражается при помощи формулы, показано ниже.

Сила, которая сдвигает

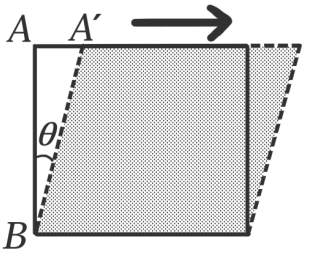


$$\text{Сдвиговая деформация } \gamma = \frac{AA' \text{ (сдвиг)}}{AB \text{ (исходная длина)}}$$

Хм. То есть следует разделить величину сдвига на плечо силы.

Тогда это сдвиг относительно длины AB

Кажется, вы все поняли!... Теперь я попытаюсь объяснить попроще



Исходя из рисунка

Сдвиговая деформация γ (гамма) = угол θ (тета)

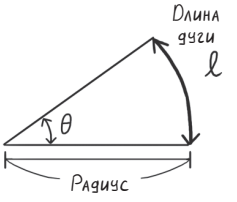
Вообще говоря, гамма равна tag θ, но, поскольку речь идет о малых деформациях, верно соотношение tag θ = θ (угол выражается в радианах).

Если деформация небольшая, то и θ может быть очень мала.

Радиан (рад)	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
Угол (°)	30	45	60	90	180	360

Углы, выраженные в радианах

Когда надо найти длину дуги:



- Используя значение угла θ в градусах, формула будет выглядеть так:

$$l = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

- Если использовать значение угла в радианах, то все просто:

$$l = r\theta$$

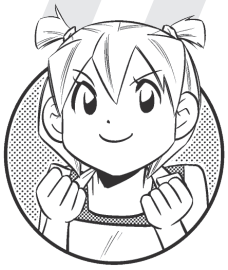
АГА!
НУ, НА СЕГОДНЯ ВСЁ ОБ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ.
ДАЛЬШЕ БУДЕМ ПРАКТИКОВАТЬСЯ – ИСПОЛЬЗУЯ УРАВНЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ, РЕШАТЬ ЗАДАЧИ.
И ПРАВДА ТАК УДОБНЕЕ СЧИТАТЬ.
Я ТОЖЕ БУДУ СТАРАТЬСЯ ВСЕ УПРОЩАТЬ!

ЧТО?
У-УЖЕ СЕЙЧАС?
МЫ Ж НЕМНОГО УСТАЛИ С НОНО ПОСЛЕ ПОКУПОК!
НУ ЧТО ВЫ ГОВОРИТЕ... МЫ Ж УЖЕ ПРОШЛИ ВСЕ ФОРМУЛЫ, У НАС ЕСТЬ ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

НОНО-ТЯН, КАК ТОЛЬКО ТЕБЕ УДАСТСЯ ЗАПОЛУЧИТЬ КАКУЮ-НИБУДЬ МЕБЕЛЬ, ТЫ ЖЕ СРАЗУ ХОЧЕШЬ ЕЕ УКРАСИТЬ, НЕ ТАК ЛИ? А ТЫ, НИСИМОТО-КУН, КОГДА ПОКУПАЕШЬ КНИГУ, ХОЧЕШЬ ПРОЧИТАТЬ ЕЕ КАК МОЖНО СКОРЕЕ?
ТАК И МЫ, ПРОЙДЯ ФОРМУЛЫ, НЕ МОЖЕМ ОБОЙТИСЬ БЕЗ ТОГО, ЧТОБЫ РЕШАТЬ С ИХ ПОМОЩЬЮ ЗАДАЧИ!
УЧИТЕЛЬ ОДЗЭ ПРЯМО КАК **СМЕЮЩИЙСЯ СПАРТАНЕЦ**.
Я, ПОЖАЛУЙ, СОГЛАШУСЬ.

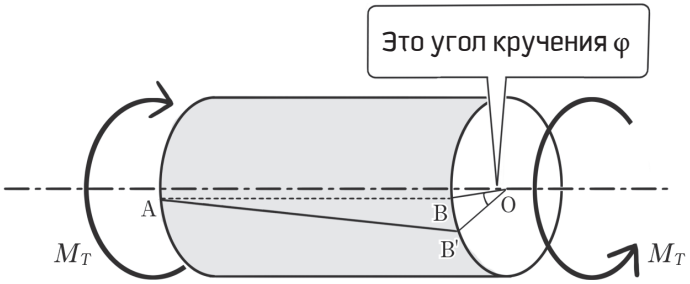
2. КАК РАССЧИТАТЬ ДЕФОРМАЦИЮ

Соотношение между кручением и сдвиговой деформацией



Сегодня мы познакомились с различными формулами деформаций.
А теперь начнем их применять и попробуем разобраться с деформацией, которая возникает в результате кручения.
Видимо, в словаре учителя Одзэ нет слова «отдых» :(.
Кручение чем-то похоже на выжим половой тряпки (стр. 39).
Это может показаться сложным, но давайте разбираться в этом постепенно.

Давайте представим, что в момент действия деформации кручения работает сдвиговая деформация. Прежде всего рассмотрим **угол кручения**, который возникает во время кручения.



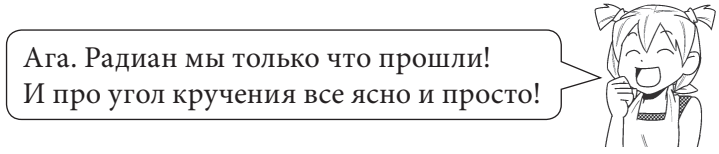
Во время кручения действует крутящий момент M_T, который производит касательную деформацию.

M_T – буква T в обозначении от английского названия twisting moment.

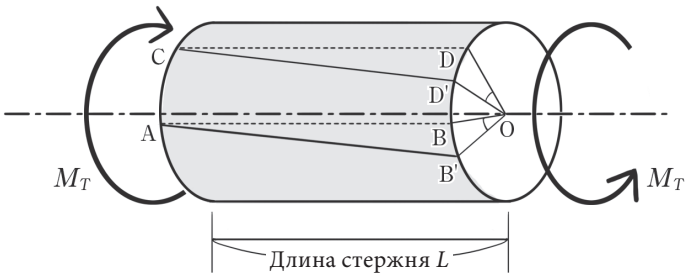
На рисунке выше прямая до деформации обозначена AB и после деформации AB'.

Радиус от центра O поворачивается от OB до OB'.

В таких случаях угол $\angle BOB'$ называют «углом кручения» и для его обозначения используют греческую букву φ (фи). Угол кручения можно выразить в радианах.



А сейчас будет немного трудно, так что внимание. Проведем вторую прямую, *CD*, параллельно *AB*, как на рисунке ниже.

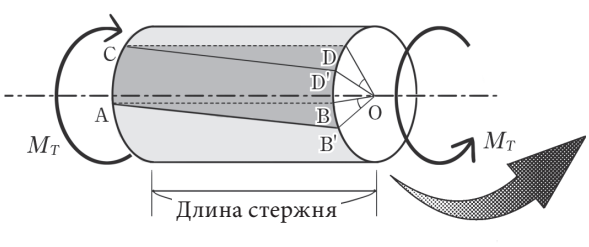


Предположим, деформации подвергся стержень длины *L*.

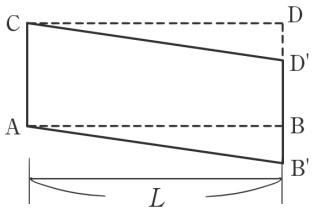
Таким образом, прямые *AB* и *CD* после деформации станут *AB′* и *CD′* соответственно.

Углы ∠*BOB′* и ∠*DOD′* – углы кручения φ.

При виде сбоку и представлении на плоскости получим фигуру как на рисунке ниже.



★ При развороте на плоскости

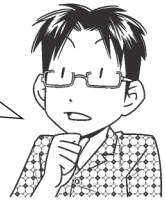


Разве он не напоминает квадрат, который превратился в параллелограмм?

Да! Такова деформация, произведенная силой сдвига.

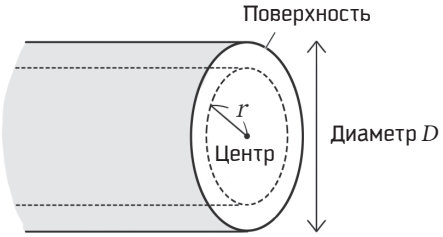
Так можно графически изобразить сдвиговую деформацию. Теперь надо найти относительную деформацию сдвига γ (гамма).

Ага, сегодня мы такую фигуру силы сдвига уже видели (стр. 101). То есть когда надо найти деформацию при кручении стержня, можно просто представить сдвиговую деформацию, которая появляется на его поверхности. Не заметить этого просто невозможно!



Итак, если вам понятно, что было ранее, я думаю, дальше тоже будет просто. Теперь проведем от центра отрезок длиной r ($r <$ радиуса $D/2$).

Это нужно для того, чтобы представить, как изменится деформация сдвига при изменении расстояния r.



Чем больше значение r, тем ближе к внешней поверхности. Если выразить абсолютную величину сдвиговой деформации (длину отрезка BB') через значение r, очевидно, что она будет увеличиваться пропорционально r.

Теперь повторим операцию.

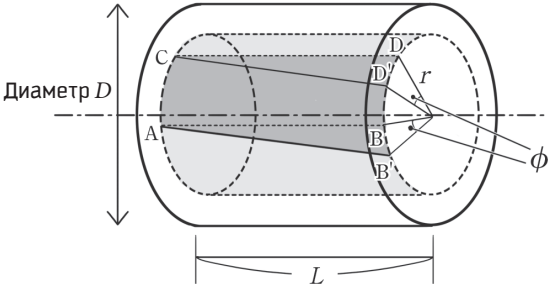


Рис. 1. Деформация кручения стержня

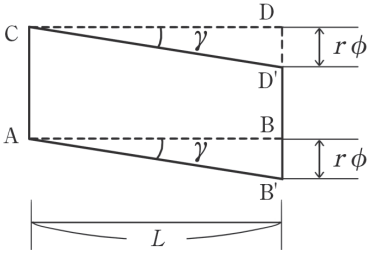


Рис. 2. На поверхности

Посмотрим на рис. 1.

Линия AB после деформации стала линией AB'.

Обозначая угол кручения φ, из формулы (Дуга = Радиус × Угол) очевидно, что длина дуги BB' равна $r\varphi$ (о формуле дуги см. стр. 90).

А теперь посмотрим на рис. 2. Применив формулу для сдвиговой деформации (см. стр. 91), получим следующее выражение:

$$\gamma = \frac{r\phi}{L} = r\omega.$$

В этой формуле ω (омега) обозначает величину под названием кручение кривой $\omega = \phi/L$.

Использование кручения кривой поможет в решении задач. Мы будем использовать эту величину далее, поэтому запомните ее.

Кручение кривой ω обозначает полный сдвиг, происходящий на длине стержня. Эта формула устанавливает соотношение между расстоянием от центра стержня *r* и сдвиговой деформацией γ.

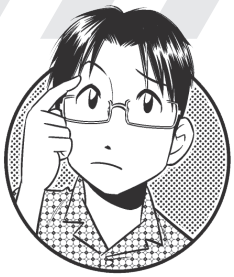
Используя эту формулу и зная расстояние от центра стержня, мы можем находить сдвиговую деформацию.

Сдвиговая деформация γ становится равна 0 в центре стержня и растет при увеличении расстояния от центра стержня, где достигает максимума $D\omega/2$ на его поверхности.

Такова особенность сдвиговой деформации при кручении.

Возвращаясь к выжиманию мокрых вещей, хочется обратить внимание на очевидное следствие вышеприведенной формулы – в центре скручиваемого при выжимании полотенца деформации, а следовательно, и напряжения равны нулю, следовательно, с какой бы силой не скручивалось белье – после первого отжимания оно останется слегка мокрым и требуется несколько раз его развернуть и отжать повторно, чтобы части, ранее бывшие в центре, оказались на периферии.

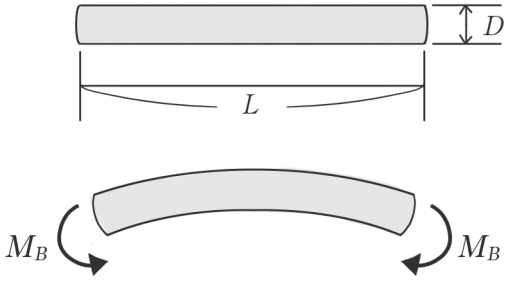
Изгиб и нормальная деформация



Используя полученные ранее соотношения для относительных деформаций, мы теперь поговорим о **деформации, возникающей в результате изгиба**.
Изгиб делает стержень вогнутым или выпуклым, как банан.
Все это может показаться трудным, но что поделать.

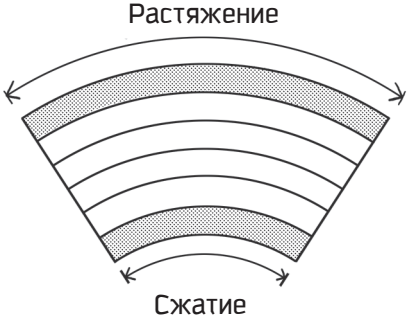
А теперь об отношении изгиба и нормальной деформации.

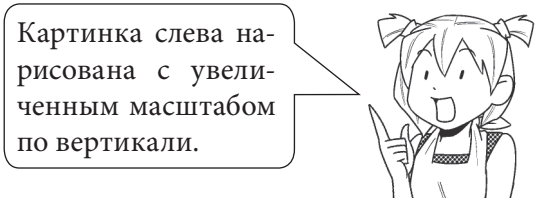
Предположим, что стержень диаметром D и длиной L изгибается под действием момента изгиба M_B (МВ – англ. *Bending Moment*).



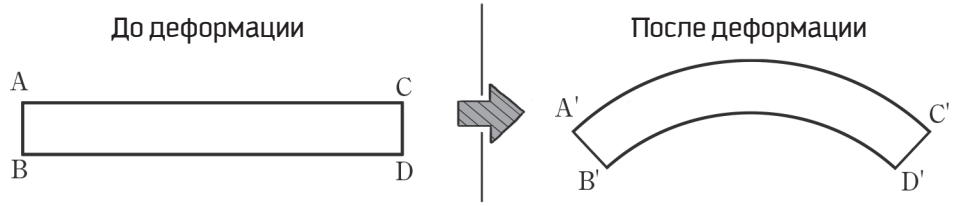
После деформации изгиба стержень становится похож на дугу окружности.

На рисунке ниже показан изогнутый стержень. Из рисунка ниже наглядно видно, что верхняя поверхность стержня увеличивается, а нижняя – уменьшается.





Рассмотрим протяженный стержень (балку) круглого сечения в плоскости, перпендикулярной к чертежу. На виде слева стержень представлен прямоугольником ABDC.



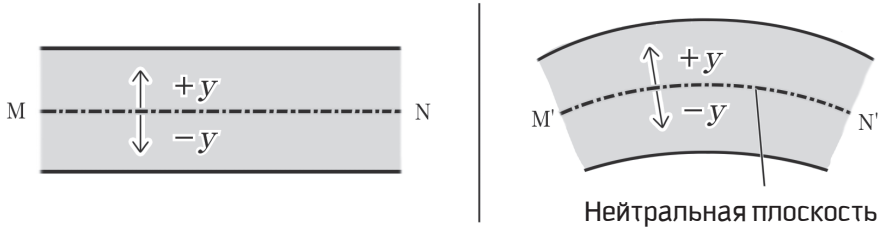
После приложения изгибающей нагрузки прямоугольник ABDC превращается в кольцевой сектор A'B'D'C'. Прямая AC растягивается до дуги A'C', а прямая BD сжимается в дугу B'D'. Предполагается, что отрезки A'B' и C'D' остаются перпендикулярны оси и не изгибаются сами.

Это предположение кажется весьма основательным, поскольку мы считаем, что после изгиба балка примет вид вырезанного из кольца сектора, и, соответственно, отрезки A'B' и C'D' являются радиальными. То есть если их продлить, они должны пересечься в центре окружностей, на которых лежат дуги A'C' и B'D'. Из этого предположения следует, что между дугами A'C' и B'D' существует дуга MN, длина которой будет равна длине исходной балки AB. (Любой человек, крутивший хулахуп, знает это.)

Отрезок MN при изгибе станет дугой M'N', длина которой не изменится и будет равна длине исходной балки.

Длины отрезка MN и дуги M'N' одинаковы. Это так называемая нейтральная линия, длина которой не меняется. Поскольку на плоском чертеже мы видим только боковую проекцию балки, дуга M'N' на самом деле лежит в так называемой нейтральной плоскости.

Теперь обозначим y расстояние от линии MN или от дуги M'N' до любой точки в воображаемом продольном сечении балки. При изменении расстояния y нормальная деформация ε тоже меняется. Величина y считается положительной ($y > 0$) в направлении дуги большего радиуса и отрицательной ($y < 0$) в направлении дуги меньшего радиуса.

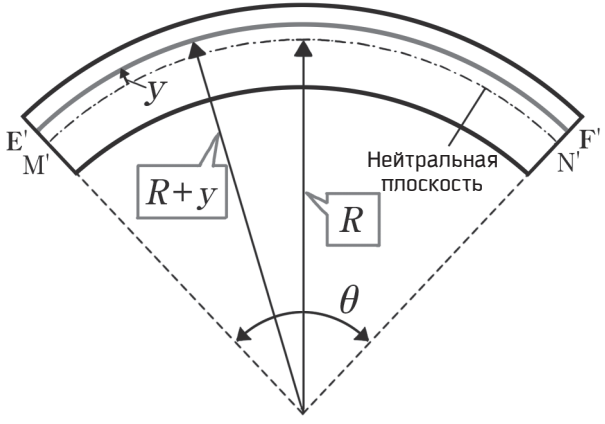


Чем больше величина y по абсолютной величине, тем ближе точка к верхней или нижней поверхности балки. Нормальная деформация ε зависит от параметра y.

Пусть R – радиус кривой M'N'.

Если представить кривую частью окружности (дугой), то радиус кривой – это радиус данной окружности.

Взгляните на рисунок ниже. Длина дуги может быть выражена как **Радиус** × **Угол** (в радианах).



Длина дуги M'N' равна $R\theta$.

Длина дуги, проходящей через точку y (дуга E'F'), равна $(R + y)\theta$.

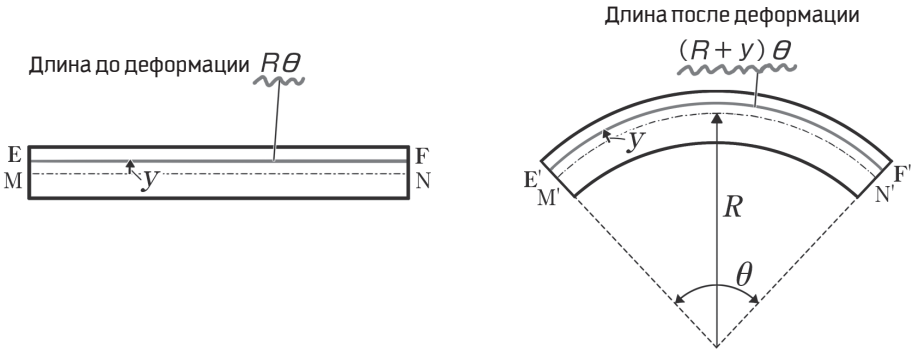
А теперь посмотрите на рисунок ниже.

Прямая MN стала дугой M'N', но длина центральной линии не изменилась.

А именно MN = M'N' . Следовательно, MN (длина до деформации) = M'N' = $R\theta$.

Очевидно, что длина отрезка EF до деформации EF = MN = AB.

В зависимости от величины y длина отрезка до деформации, равная $R\theta$, после деформации определяется по формуле $(R + y)\theta$.



Следовательно, формула для нормальной относительной деформации (см. стр. 97) будет выглядеть так:

$$\text{Относительная деформация } \varepsilon = \frac{(R + y)\theta - R\theta}{R\theta} = \frac{y}{R}.$$

Величина абсолютной деформации – разница между величиной до и после деформации. Эта формула дает зависимость между расстоянием y и нормальной относительной деформацией.

Ее можно выразить иначе.

Запишем

$$\varepsilon = \frac{y}{R} = \kappa y.$$

Величина к, обратная к R, называется кривизной.

Зная радиус кривой R или кривизну к (каппа), можно получить выражение для изгиба, а также решать задачи на деформацию изгиба. Эта величина пригодится нам в будущем (см. стр. 146).

Теперь можно рассчитать значения нормальной относительной деформации в зависимости от величины y.

Нормальная относительная деформация нейтральной плоскости равна нулю. Затем она увеличивается пропорционально расстоянию от нейтральной плоскости. Ее значение максимально на внешней поверхности и равно $D\kappa/2$, а минимально на нижней $-D\kappa/2$. Иными словами, на внешней поверхности есть нормальная деформация растяжения $D\kappa/2$, а на нижней – деформация сжатия $D\kappa/2$. Таким образом деформация изгиба состоит из двух работающих одновременно деформаций – растяжения и сжатия.

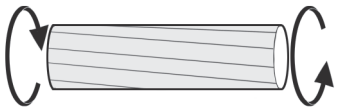
Дальше мы узнаем другие закономерности. Поэтому заранее изучите все, что мы прошли сегодня!

Итак, в третьей главе мы познакомились с **деформацией сдвига** (которая закручивает стержень) и с **нормальной деформацией**.

А затем мы изучили **кручение кривой**, то есть взаимоотношение между силой сдвига и крутящим моментом в деформации кручения.

А еще мы изучили **кривизну** и **формулу взаимосвязи** между изгибающим моментом и нормальной деформацией.

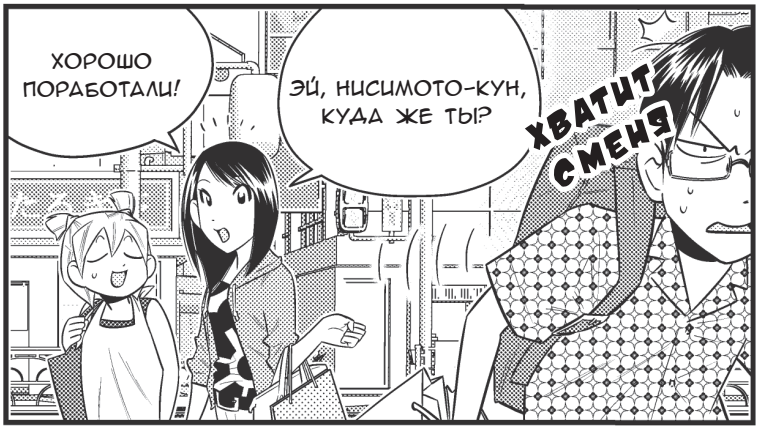
Затем в главе 5 мы попробуем решать задачи.

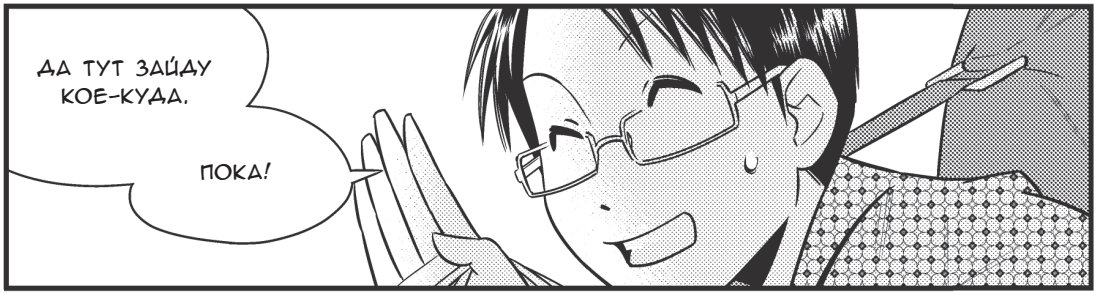
Кручение	Изгиб
	
Касательная деформация $\gamma = r\omega$ $\left(= \frac{r\phi}{L}\right)$	Нормальная деформация $\varepsilon = \kappa y$ $\left(= \frac{y}{R}\right)$

В главе 5...

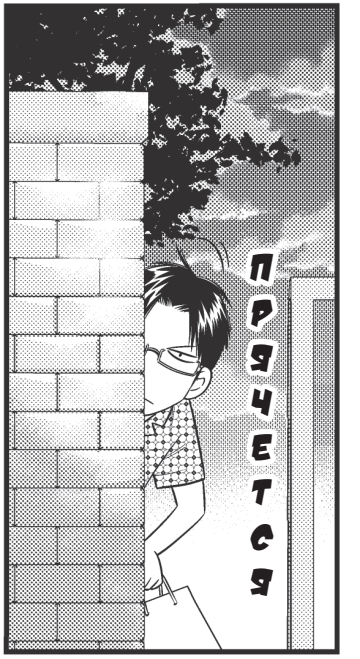
• связь между крутящим моментом и напряжением сдвига • кручение кривой	• связь между изгибающим моментом и нормальным напряжением • кривизна

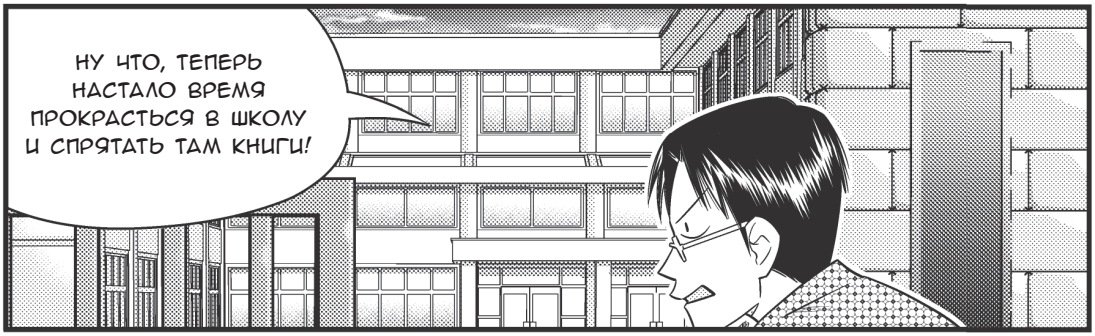
УХ,
НУ, И ПОУЧИЛИСЬ,
И В МАГАЗИН
СХОДИЛИ.


ХОРОШО
ПОРАБОТАЛИ!
ЭЙ, НИСИМОТО-КУН,
КУДА ЖЕ ТЫ?
ХВАТИТ,
СМЕНЯ!

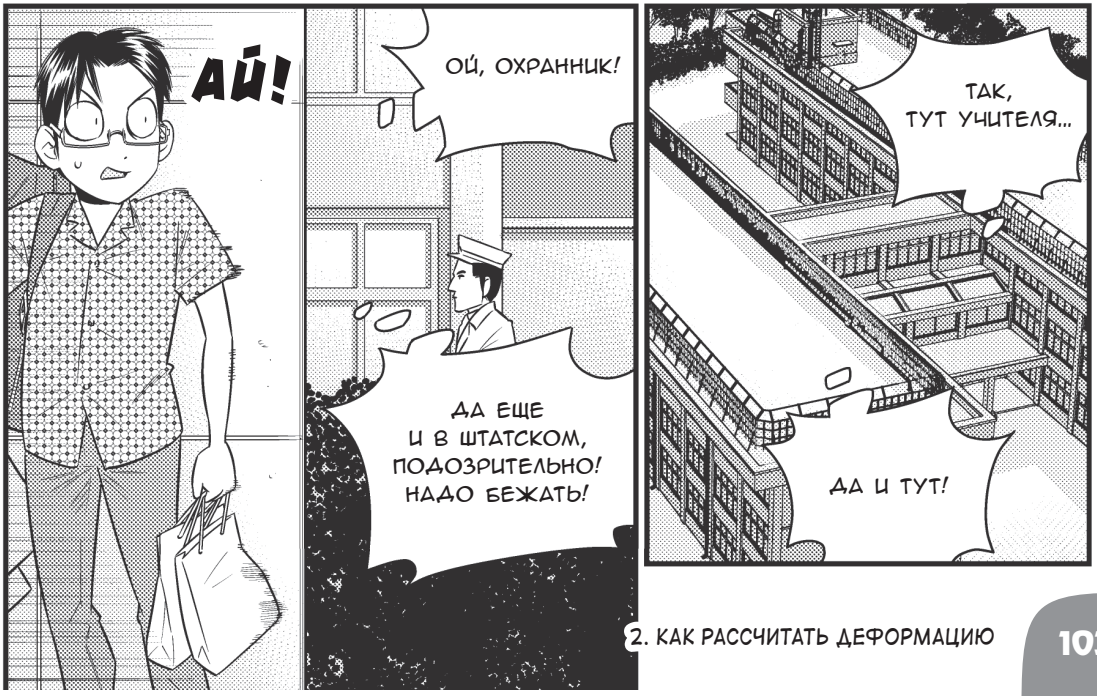

ДА ТУТ ЗАЙДУ
КОЕ-КУДА.
ПОКА!

ХМ...

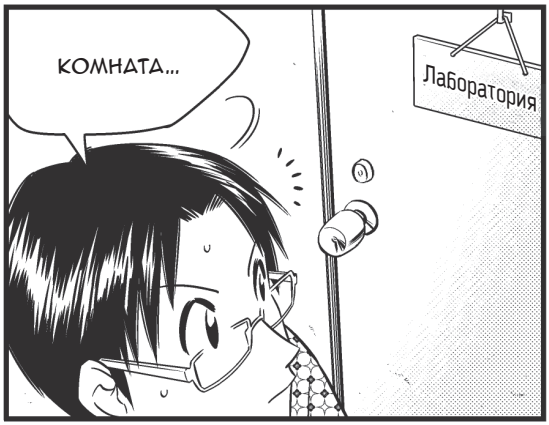

ПРЯЧЕТСЯ


НУ ЧТО, ТЕПЕРЬ НАСТАЛО ВРЕМЯ ПРОКРАСТЬСЯ В ШКОЛУ И СПРЯТАТЬ ТАМ КНИГИ!

ЕСЛИ Я ВЕРНУСЬ ДОМОЙ, ТО МЕНЯ НАРУГАЮТ.
МАМА
ОПЯТЬ НАКУПИЛ СТОЛЬКО КНИЖЕК, ЧТО ПОЛ СКОРО ПРОВАЛИТСЯ!
ВСЕ ДЛЯ ЛЮБИМЫХ КНИЖЕЧЕК.
Я ДОЛЖЕН ВЫПОЛНИТЬ ЭТУ МИССИЮ.


АЙ!
ОЙ, ОХРАННИК!
ДА ЕЩЕ И В ШТАТСКОМ, ПОДОЗРИТЕЛЬНО! НАДО БЕЖАТЬ!
ТАК, ТУТ УЧИТЕЛЯ...
ДА И ТУТ!

УХ, ЖУТЬ...
СЛОВНО ЗАБЛУДИЛСЯ
Э... ЧТО ЭТО?

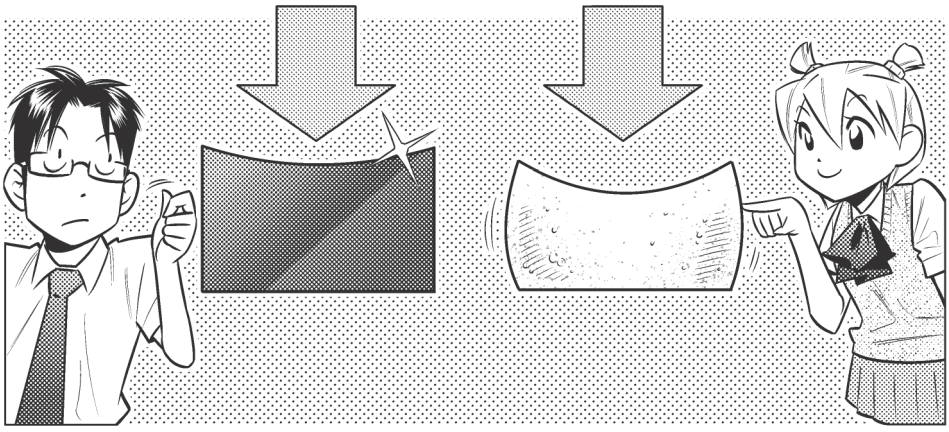

КОМНАТА...
Лаборатория

Лаборатория
ГДЕ ЭТО?
ЩЕЛК!

НЕИСПОЛЬЗУЕМАЯ КОМНАТА?

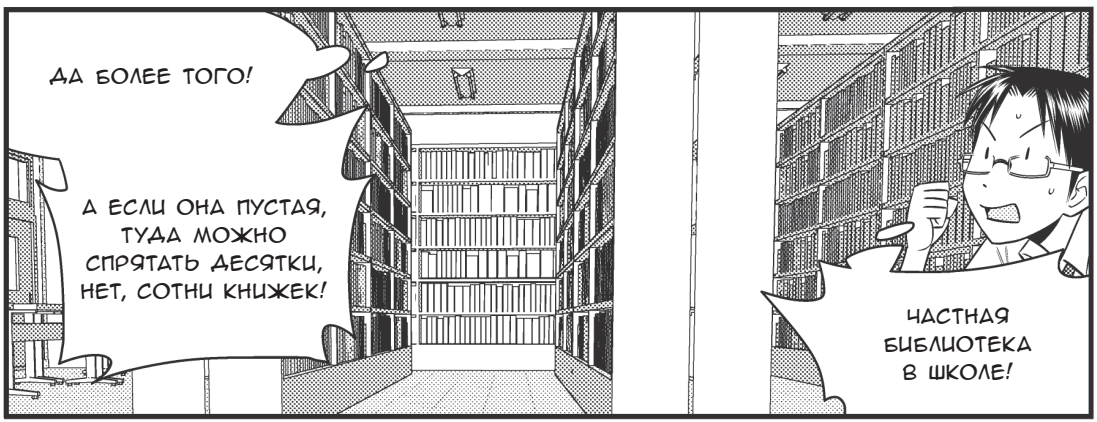
ГЛАВА 4

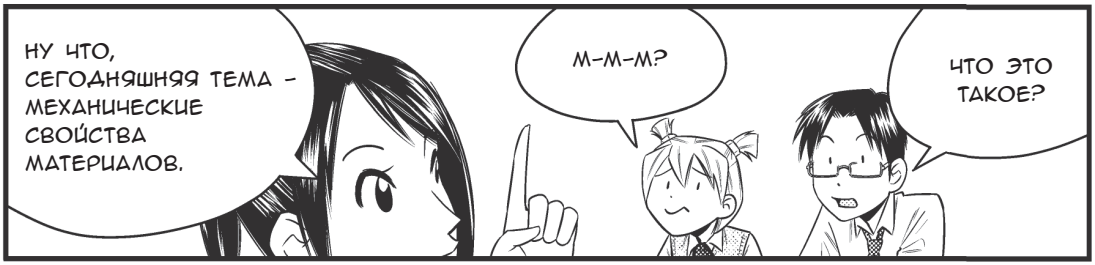
ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА



1. ПРОПОРЦИЯ СИЛЫ И ДЕФОРМАЦИИ

Вещи, которые не ломаются (механические свойства материала)




НУ ЧТО, СЕГОДНЯШНЯЯ ТЕМА – МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ.
М-М-М?
ЧТО ЭТО ТАКОЕ?

НАС ОКРУЖАЮТ САМЫЕ РАЗНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.
ЖЕЛЕЗО ТАМ, ПЛАСТИК, ДЕРЕВО...
Дорогой или дешевый?
Легкий или тяжелый?
Ржавеет – или нет?
ИМЕННО. У ЭТИХ МАТЕРИАЛОВ ЕСТЬ РАЗЛИЧНЫЕ СВОЙСТВА, НО НАС БОЛЬШЕ ВСЕГО ИНТЕРЕСУЮТ **МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА**.

Механические свойства материалов
Твердость
Мягкость
Упругость
Пластичность
Хрупкость
Вязкость

И ПРАВДА, ЭТО ВАЖНЫЕ СВОЙСТВА, ДЛЯ ТОГО ЧТОБЫ ДЕЛАТЬ НАДЕЖНЫЕ ВЕЩИ.

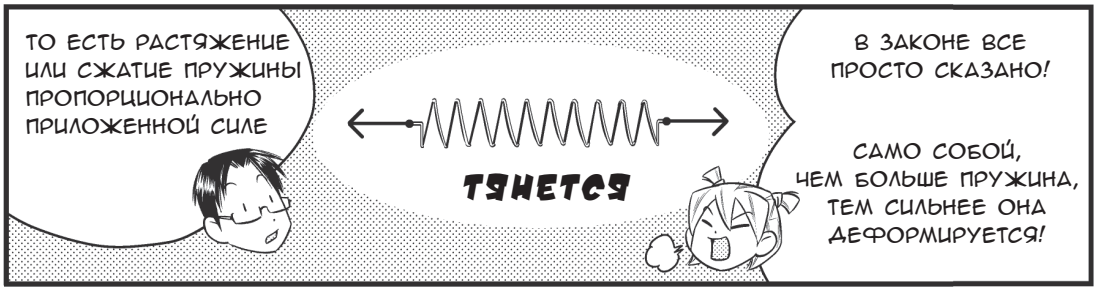
ЯСНО? И ПОЭТОМУ **НАПРЯЖЕНИЕ** И **ДЕФОРМАЦИЯ** ОЧЕНЬ ВАЖНЫ.
НАПРЯЖЕНИЕ
ДЕФОРМАЦИЯ
СВЯЗЬ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ТОЖЕ ВЫРАЖАЕТ МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ.

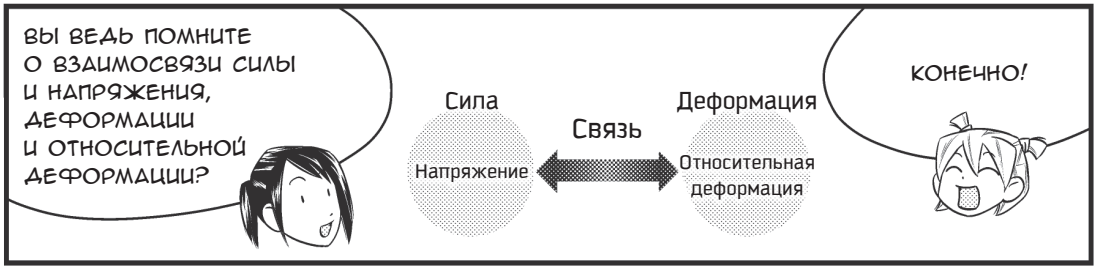
Перемещение и сила пропорциональны (закон Гука)

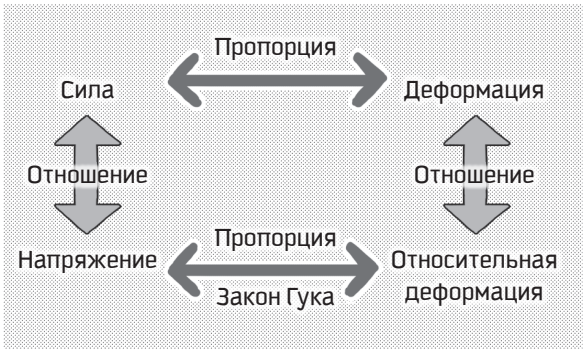
Закон Гука

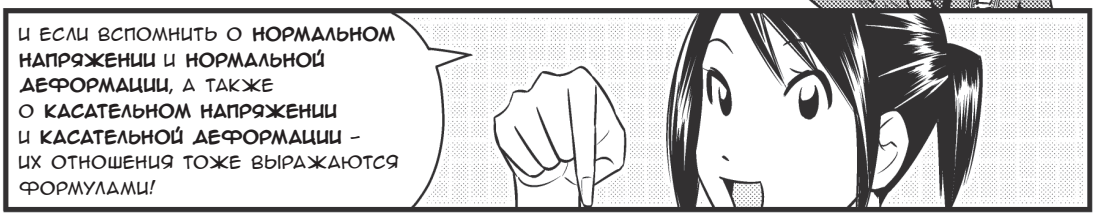
Сила = Коэффициент жесткости материала × Длина растяжения (сжатия)

Примечание: подробное расмотрение закона Гука см. на стр. 40.









Отношение напряжения и упругой деформации (закон Гука)

$$\underset{\text{Нормальное напряжение}}{\sigma} = \underset{\text{Модуль Юнга}}{E} \times \underset{\text{Нормальная деформация}}{\varepsilon}$$

Отношение касательного напряжения и касательной деформации (закон Гука)

$$\underset{\text{Сдвиговое напряжение}}{\tau} = \underset{\text{Модуль сдвига}}{G} \times \underset{\text{Сдвиговая деформация}}{\gamma}$$

Нормальная деформация и нормальное напряжение (модуль Юнга)

$$\sigma = E\varepsilon$$

Нормальное напряжение = Модуль Юнга × Нормальная деформация

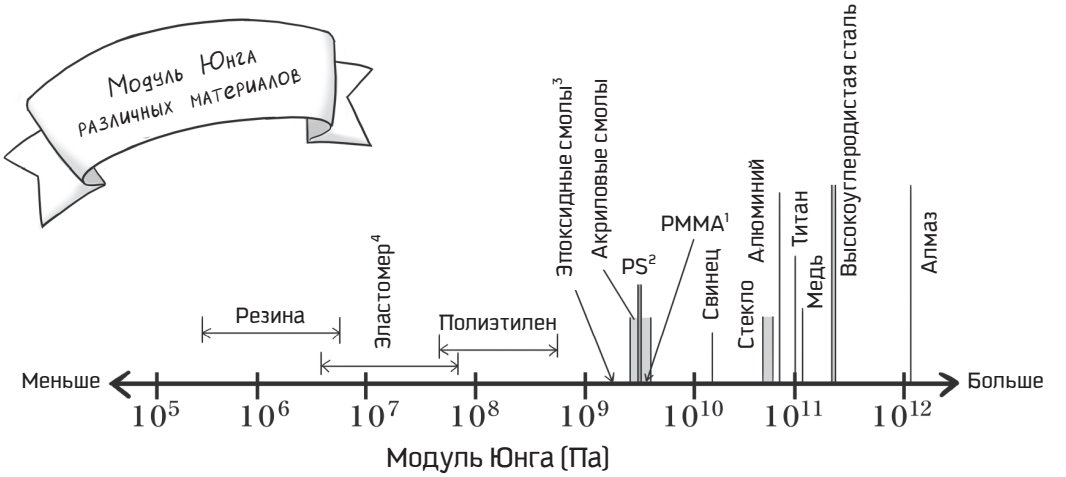
ПРЕЖДЕ ВСЕГО E – ЭТО **МОДУЛЬ ЮНГА**, ИЛИ ЖЕ **МОДУЛЬ УПРУГОСТИ**, КОЭФФИЦИЕНТ, КОТОРЫЙ ХАРАКТЕРИЗУЕТ ЖЕСТКОСТЬ МАТЕРИАЛА. ОН ПОКАЗЫВАЕТ, НАСКОЛЬКО МАТЕРИАЛ ПОДВЕРЖЕН ДЕФОРМАЦИИ.

ТО ЕСТЬ ЧЕМ МОДУЛЬ ЮНГА ВЫШЕ, ТЕМ МАТЕРИАЛ ТРУДНЕЕ ДЕФОРМИРОВАТЬ?

Модуль Юнга (большой) E

Модуль Юнга (маленький)

ВСЕ ТАК! ВНИЗУ ПРИВЕДЕНЫ ЕГО ЗНАЧЕНИЯ



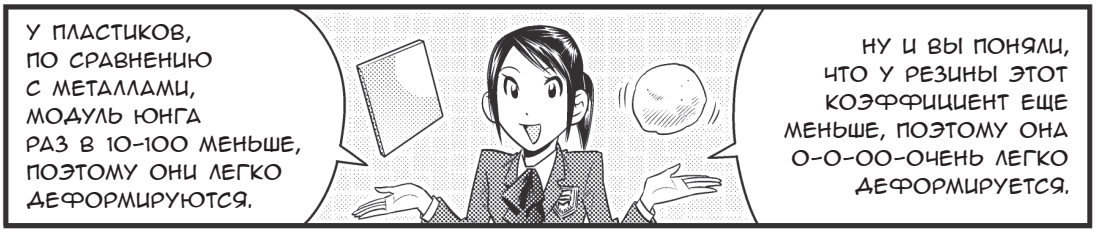
[1] PMMA – полиметилметакрилат, соединение класса акрилов. Его также называют органическим стеклом.
[2] PS – полистирол. Его используют для кейсов CD-дисков и для упаковки продуктов.
[3] Эпоксидная смола – это пластик, который часто используется в качестве клея.
[4] Эластомер представляет собой полимерный материал с большой упругой деформацией.

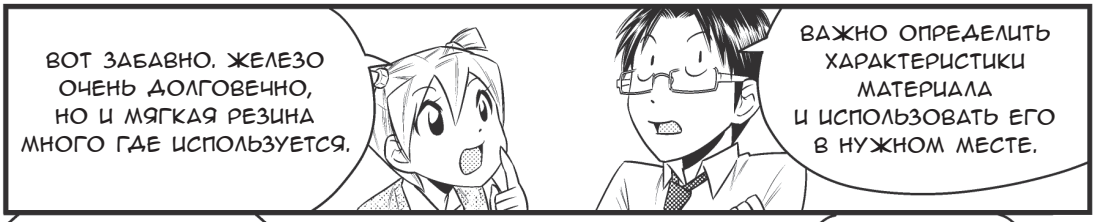
АГА! АЛМАЗ ТРУДНО ДЕФОРМИРОВАТЬ, А РЕЗИНУ – ЛЕГКО. МНЕ ПОНЯТНО.

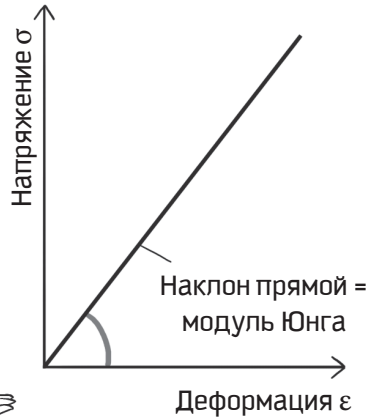
Я РЕЗИНОВЫЙ, ЧТО ЛИ?

ЕСТЕСТВЕННО, ЧТО ВЫ СРАЗУ ПОНЯЛИ, ЧТО ТАКОЕ МОДУЛЬ ЮНГА.

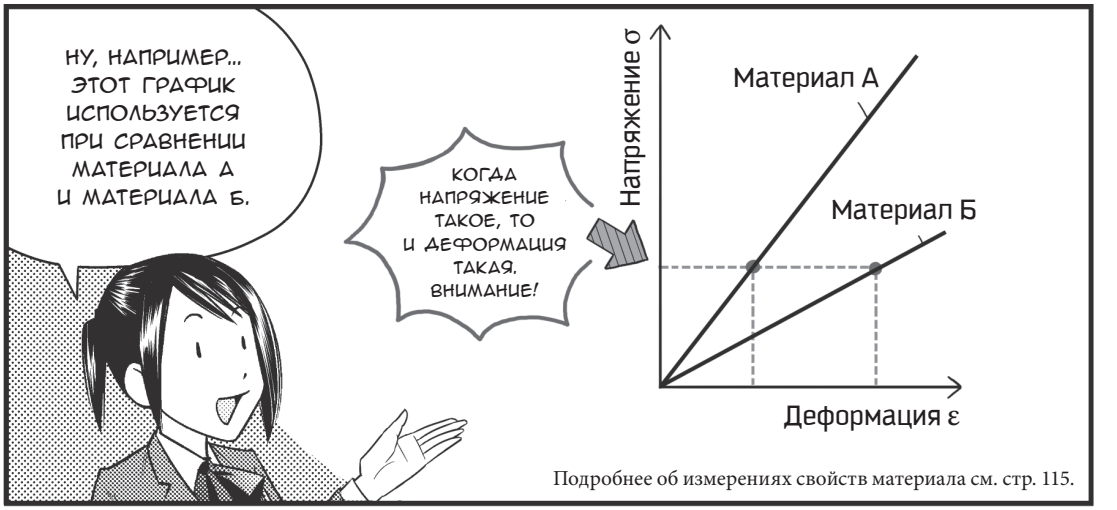
О модуле Юнга и единицах измерениях см. стр. 115.



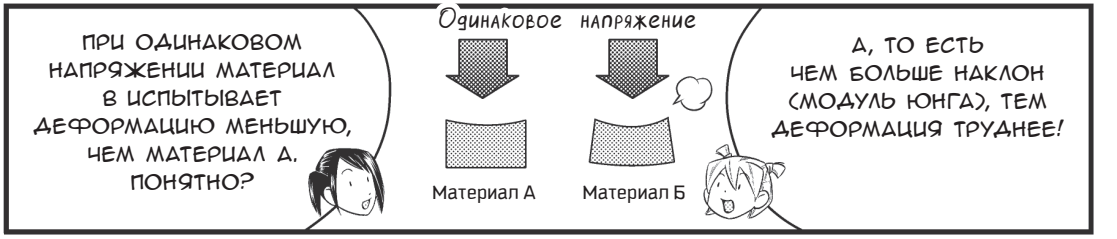




↑ Напряжение и деформация пропорциональны.



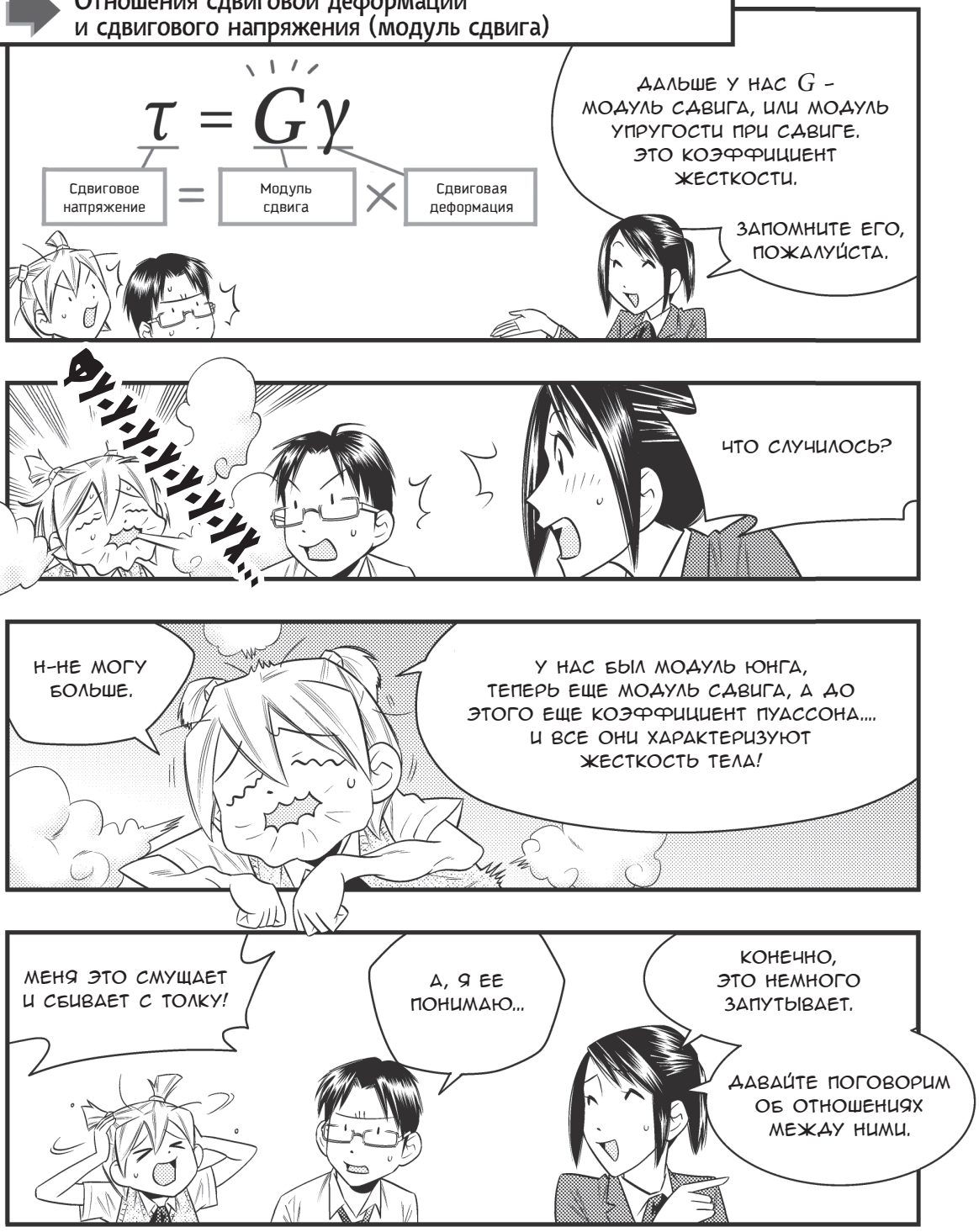
Подробнее об измерениях свойств материала см. стр. 115.

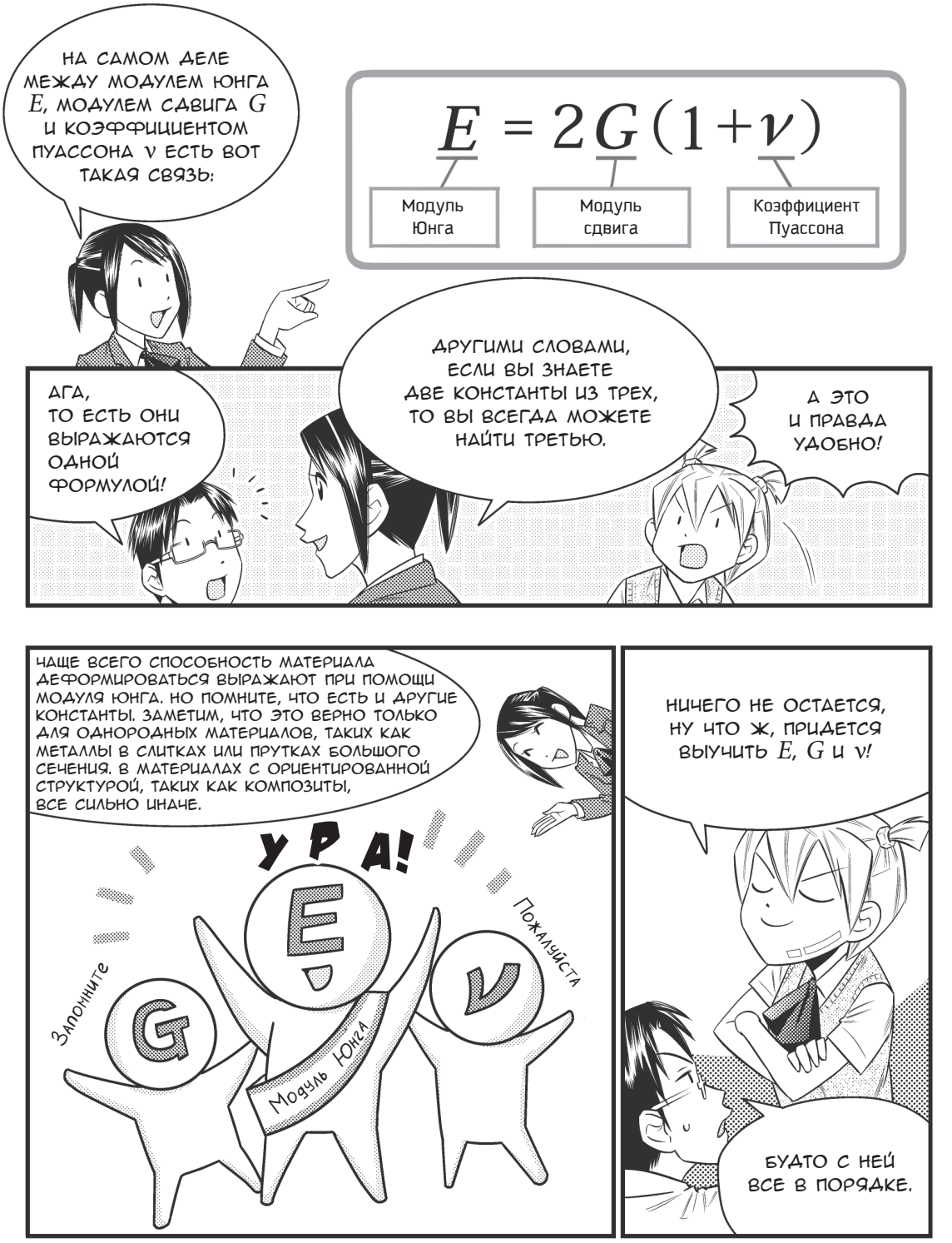


Отношения сдвиговой деформации и сдвигового напряжения (модуль сдвига)

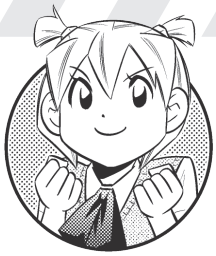
$$\tau = G\gamma$$

Сдвиговое напряжение = Модуль сдвига × Сдвиговая деформация




НА САМОМ ДЕЛЕ МЕЖДУ МОДУЛЕМ ЮНГА E, МОДУЛЕМ СДВИГА G И КОЭФФИЦИЕНТОМ ПУАССОНА ν ЕСТЬ ВОТ ТАКАЯ СВЯЗЬ:
$E = 2G(1+\nu)$
Модуль Юнга
Модуль сдвига
Коэффициент Пуассона
АГА, ТО ЕСТЬ ОНИ ВЫРАЖАЮТСЯ ОДНОЙ ФОРМУЛОЙ!
ДРУГИМИ СЛОВАМИ, ЕСЛИ ВЫ ЗНАЕТЕ ДВЕ КОНСТАНТЫ ИЗ ТРЕХ, ТО ВЫ ВСЕГДА МОЖЕТЕ НАЙТИ ТРЕТЬЮ.
А ЭТО И ПРАВДА УДОБНО!
ЧАЩЕ ВСЕГО СПОСОБНОСТЬ МАТЕРИАЛА ДЕФОРМИРОВАТЬСЯ ВЫРАЖАЮТ ПРИ ПОМОЩИ МОДУЛЯ ЮНГА. НО ПОМНИТЕ, ЧТО ЕСТЬ И ДРУГИЕ КОНСТАНТЫ. ЗАМЕТИМ, ЧТО ЭТО ВЕРНО ТОЛЬКО ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ, ТАКИХ КАК МЕТАЛЛЫ В СЛИТКАХ ИЛИ ПРУТКАХ БОЛЬШОГО СЕЧЕНИЯ. В МАТЕРИАЛАХ С ОРИЕНТИРОВАННОЙ СТРУКТУРОЙ, ТАКИХ КАК КОМПОЗИТЫ, ВСЕ СИЛЬНО ИНАЧЕ.
УРА!
Запомните
G
E
Модуль Юнга
ν
Пожалуйста
НИЧЕГО НЕ ОСТАЕТСЯ, НУ ЧТО Ж, ПРИДЕТСЯ ВЫУЧИТЬ E, G И ν!
БУДТО С НЕЙ ВСЕ В ПОРЯДКЕ.

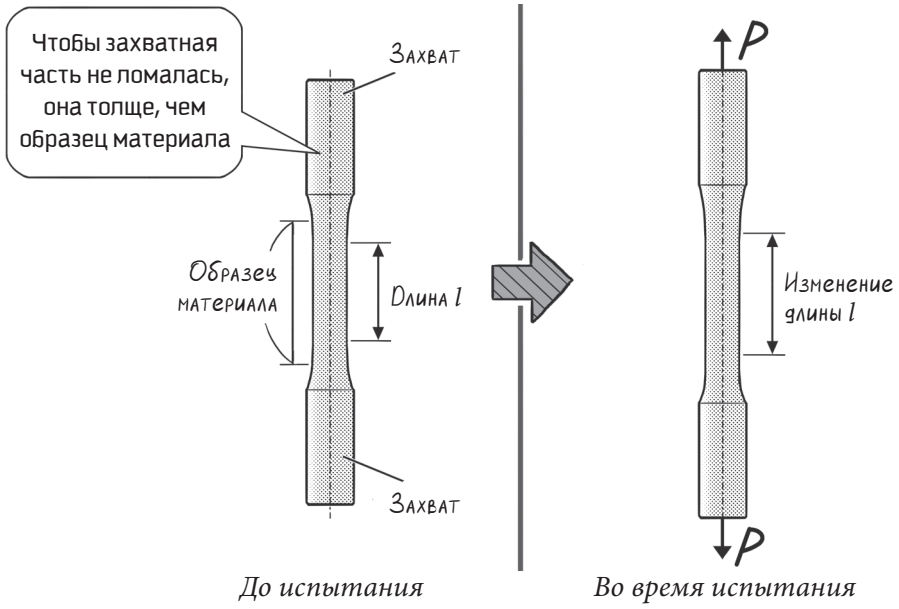
Как измерить свойства материалов



Теперь мы познакомились с модулем Юнга. Он является мерой упругости материала, но как находят его значение? Сейчас узнаем.

Обычно свойства материалов проверяют в виде испытания на растяжение.

Для этого используют прибор под названием **разрывная машина**, в которой растягивают материалы.

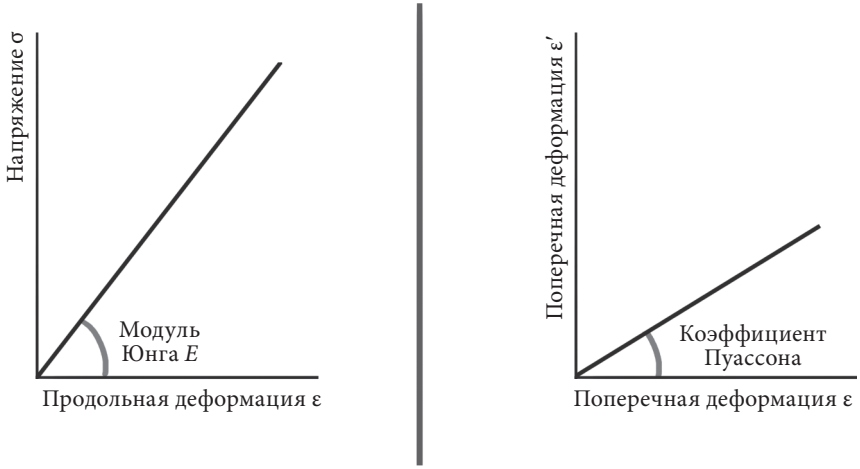


Образец материала растягивают при помощи этого прибора

Во время испытания измеряют силу растяжения, возникающую продольную деформацию вдоль длины образца и поперечную деформацию (в диаметре образца).

Напряжение получается путем деления растягивающей силы на площадь поперечного сечения образца.

В результате измерений рисуют график зависимости поперечной деформации от напряжения и продольной деформации.



Углы наклона этих графиков определяют модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно. Их можно узнать по результатам одного опыта.

А теперь поговорим об единицах измерения модуля Юнга.

Единицей измерения модуля Юнга является паскаль (Па), однако на практике чаще всего используют гигапаскаль (ГПа). Для пластичных материалов используют мегапаскаль (МПа).

Г (гига) = 10^9 = 1 000 000 000.

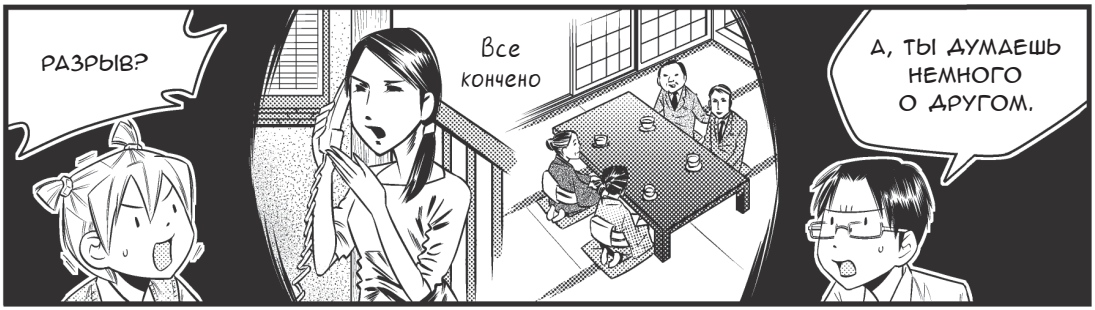
О приставках вроде «гига» см. приложение на стр. 204.

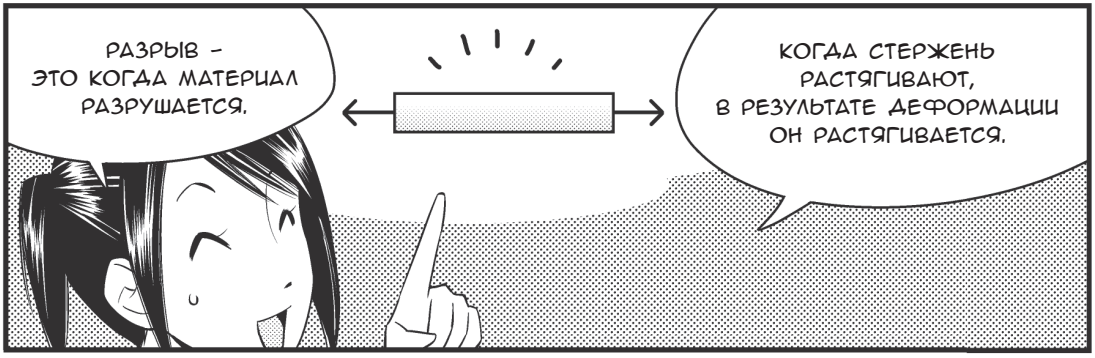
Модуль Юнга железа и его сплавов (сталей) равен приблизительно 200 ГПа, что значит, что для увеличения длины в 2 раза надо приложить на 1 $м^2$ силу в 200 млрд Н (2 000 000 т).

На практике относительные деформации для материалов на основе железа (сталей), как правило, ниже 1%, и если относительные деформации будут выше, то они ломаются.

При этом закон пропорциональности для металлов выполняется только для малых относительных деформаций, для того чтобы рассчитать силу для увеличения длины стального стержня вдвое, этот закон не подходит. Да и стальной стержень с сечением 1 $м^2$ – это скорее математическая абстракция, сложно найти на Земле место, где такое применяется.

Пределы (разрыв/разрушение)

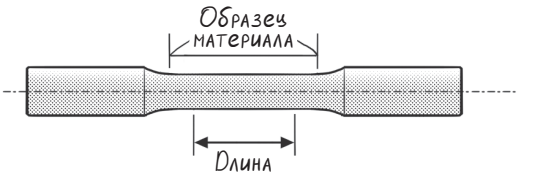




Деформации стержня

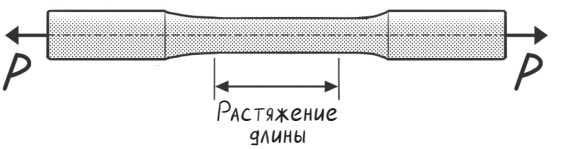
До испытания

Точка A в графике на следующей странице



Во время испытания

От точки A к точке C

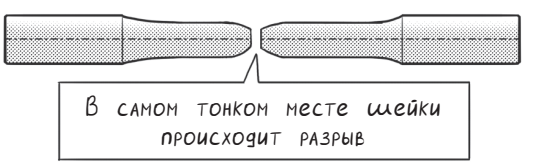


Во время испытания

От точки C до точки D

После разрыва

Точка D

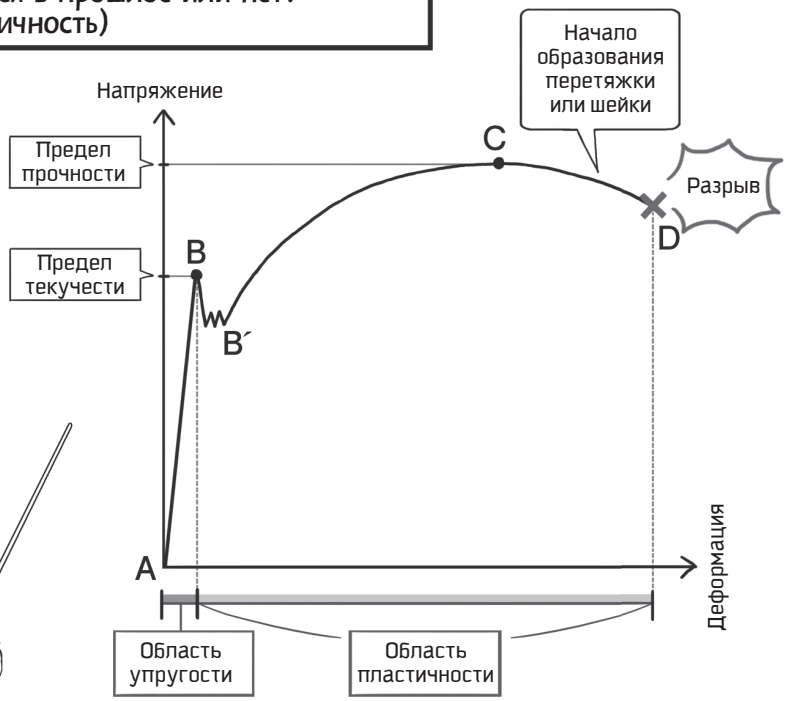


Примечание: когда появляется шейка, поперечное сечение начинает уменьшаться, но продольная деформация растет, поэтому сила, которая действует на стержень, почти увеличивается. Если уменьшение сечения продолжается, напряжение в шейке увеличивается, но по мере того, как ее сечение уменьшается, сопротивление разрыву уменьшается, и образец разрушается. Описанный процесс разрушения на практике характерен для пластичных материалов, таких как полиэтилен, пластичные сплавы железа и алюминия, свинец и прочее. Высокопрочные сплавы металлов, керамические материалы и многие пластмассы разрушаются немного иначе.

Можно ли вернуться в прошлое или нет? (Упругость и пластичность)

А теперь поговорим о том, как при растяжении стержня происходит разрыв после деформации.

На этом графике изображены условия, приводящие к разрыву материала. Это график зависимости напряжения от относительной деформации.



Взаимоотношение между деформацией и отношением твердых металлов при растяжении. У некоторых металлов, например свинца, нет вполне определенного предела текучести.

Что это такое? Много непонятных слов!

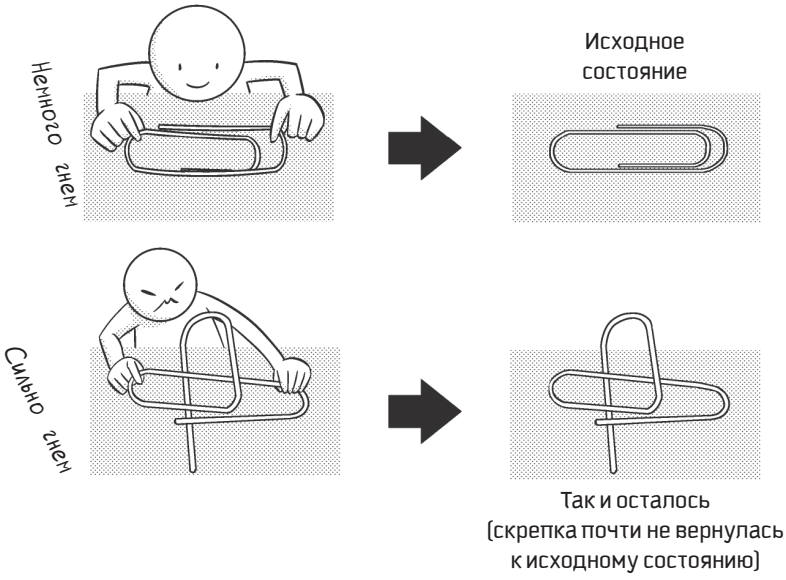
Он совсем отличается от графика напряжения и деформации (см. стр. 116).

Но если присмотреться, то на отрезке от точки A до точки B можно видеть график пропорциональной зависимости напряжения от деформации.

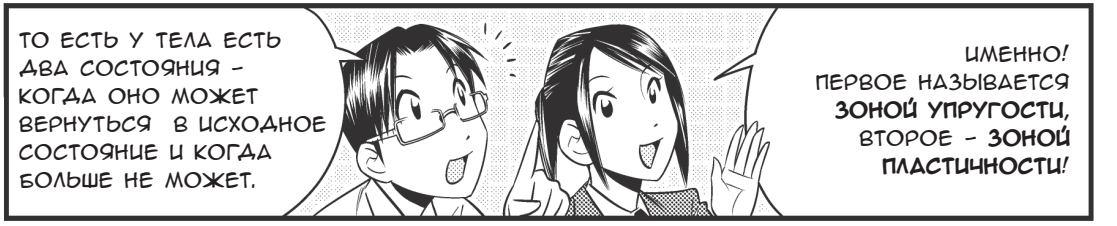
И правда! Это я припоминаю.

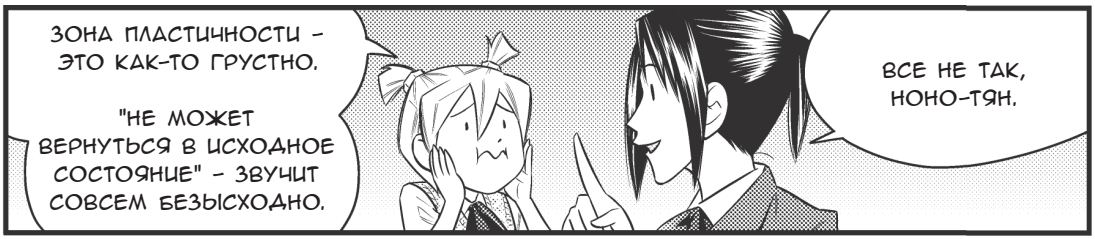
Зона от точки A до точки B называется **зоной упругости**.

Зона от точки B до разрыва называется **зоной пластичности**.



Когда силу убирают, это называется **разгрузкой**.
Деформация, которая остается после разгрузки, называется **остаточной**




ЗОНА ПЛАСТИЧНОСТИ – ЭТО КАК-ТО ГРУСТНО.
"НЕ МОЖЕТ ВЕРНУТЬСЯ В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ" – ЗВУЧИТ СОВСЕМ БЕЗЫСХОДНО.
ВСЕ НЕ ТАК, НОНО-ТЯН.

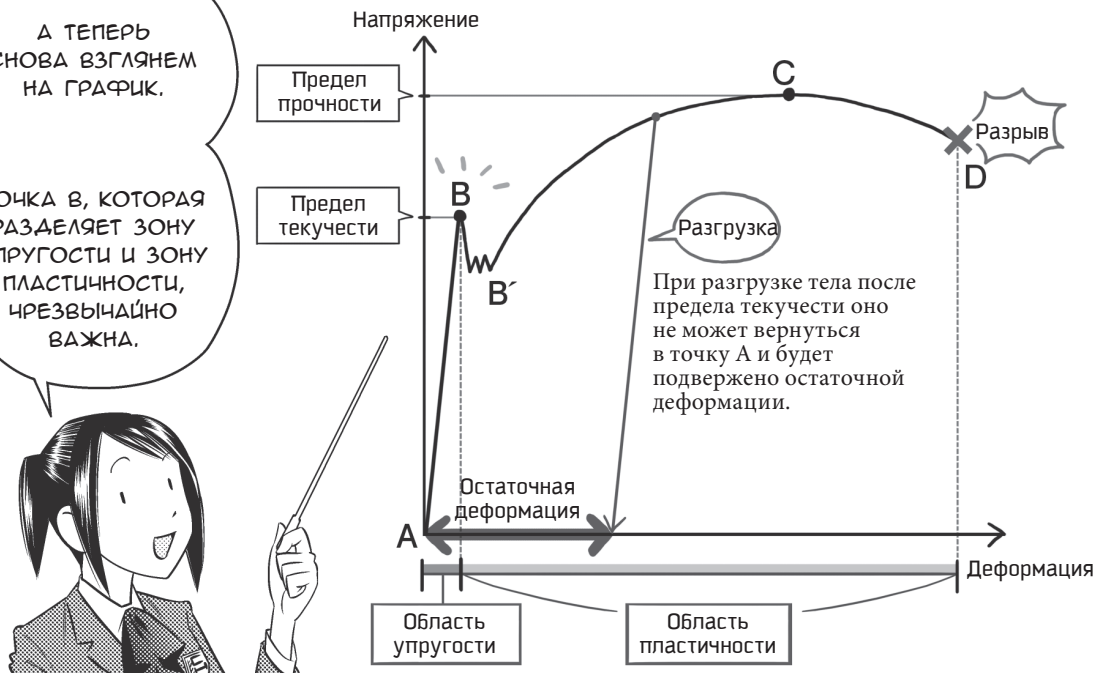
ВЕДЬ ЯВЛЕНИЕ, КОГДА ТЕЛО НЕ МОЖЕТ ВЕРНУТЬСЯ В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ, ТАК И НАЗЫВАЮТ, ЯВЛЕНИЕМ ПЛАСТИЧНОСТИ. НАПРИМЕР, КОГДА ДЕЛАЮТ КУЗОВ МАШИНЫ, ПЛАСТИЧНОСТЬ ИСПОЛЬЗУЮТ ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ ПРИДАТЬ ЕМУ ФОРМУ!
★ Лист металла
★ Форма кузова

БЛАГОДАРЯ ПЛАСТИЧНОСТИ МОЖНО ДЕЛАТЬ РАЗЛИЧНЫЕ ВЕЩИ.
ИМЕННО! ДЛЯ ДИЗАЙНА – ОЧЕНЬ ВАЖНАЯ ВЕЩЬ.

Стандарты конструирования (текучесть и прочность)

А ТЕПЕРЬ СНОВА ВЗГЛЯНЕМ НА ГРАФИК.

ТОЧКА B, КОТОРАЯ РАЗДЕЛЯЕТ ЗОНУ УПРУГОСТИ И ЗОНУ ПЛАСТИЧНОСТИ, ЧРЕЗВЫЧАЙНО ВАЖНА.



ТОЧКА B НАЗЫВАЕТСЯ **ПРЕДЕЛОМ ТЕКУЧЕСТИ**. ЕЙ СООТВЕТСТВУЕТ **НАПРЯЖЕНИЕ ТЕКУЧЕСТИ**.

ТО ЕСТЬ КОГДА К ТЕЛУ БУДЕТ ПРИЛОЖЕНО НАПРЯЖЕНИЕ ВЫШЕ **ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ**, ТО ОНО НЕ СМОЖЕТ ВЕРНУТЬСЯ В ИСХОДНУЮ ФОРМУ И ПОЛУЧИТ ОСТАТОЧНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ.

ИМЕННО ТАК. А ЕЩЕ НА ГРАФИКЕ ЕСТЬ ДРУГАЯ ТОЧКА, ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ.

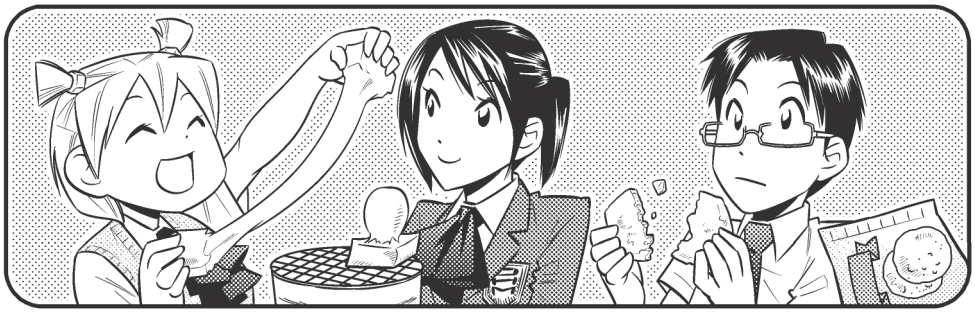
ЕСЛИ ПРИКЛАДЫВАТЬ НАПРЯЖЕНИЕ ВЫШЕ ПРЕДЕЛЬНОГО, ТО МАТЕРИАЛ ИСЧЕРПАЕТ ВОЗМОЖНОСТИ СОХРАНЕНИЯ СТРУКТУРНОЙ ЦЕЛОСТНОСТИ, И ТЕЛО СЛОМАЕТСЯ.

ТЕПЕРЬ ТЕБЕ ЯСНО, ПОЧЕМУ ЭТО ТАК ВАЖНО?

ЕЩЕ КАК!

3. ВЯЗКИЕ И ХРУПКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Эластичный, хрупкий? Пластичность и хрупкость



Напоследок поговорим о пластичности и хрупкости.

Пластичности и хрупкости?

Да, о них. Прежде всего представьте хлеб и сухари. Если вы примените к ним силу, то хлеб сильно деформируется, но когда вы ее уберете, то он вернется в исходное состояние. С другой стороны, сухари не деформируются, а сразу же ломаются.

Хлеб и сухарики... Я их представила.

В этом разница между вязкими и хрупкими материалами.
Многие металлы, такие как нержавеющие стали и сплавы алюминия, а также медь, пластичные. Они могут существенно деформироваться, перед тем как сломаться.
С другой стороны, литые материалы, стекло и керамика – хрупкие. Они разрушаются быстро, без существенной деформации. Все хрупкие материалы не пластичны, у них область пластической деформации мала.

Ага. Я как-то раз в детстве погнула металлическую ложечку. Это значит, что она была сделана из пластичного материала и обладала высокой пластичностью!

Ага. Я как-то разбил дома фарфоровую чашечку. Она сразу разбилась. Она была хрупкой, и деформации не было.

Да вы оба неплохо ломаете вещи...
Однако металлическая ложка и фарфоровая чашка – это хорошие примеры.

Пластичность

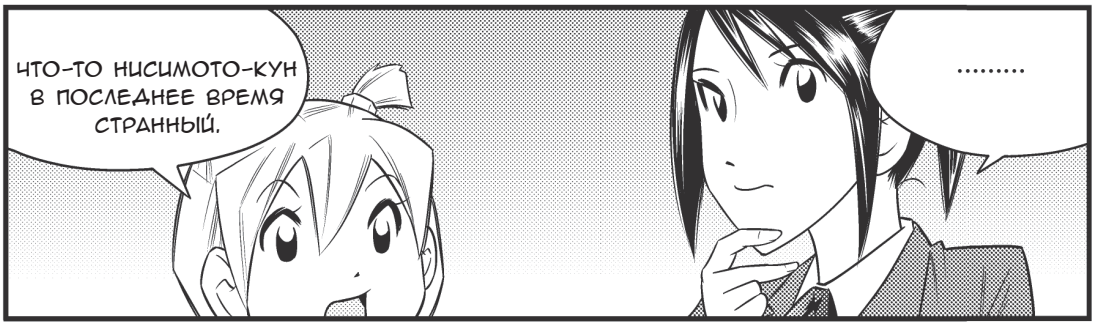
Хрупкость

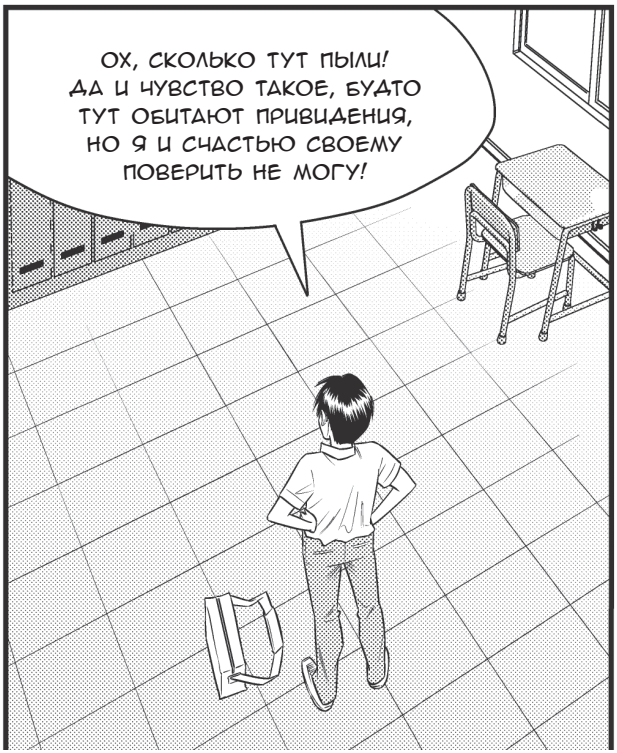
Как и принесенная в жертву разбитая Нисимото-куном чашка, **хрупкий материал легко ломается по месту нанесения царапины или при приложении точечной или, как говорят сосредоточенной нагрузки**, поэтому его трудно использовать в тех случаях, когда прикладывается сосредоточенная сила. Керамика может выдержать большую приложенную силу, но ее легко сломать, если разбить камнем.

Да, я так неоднократно била вазы и чашки...

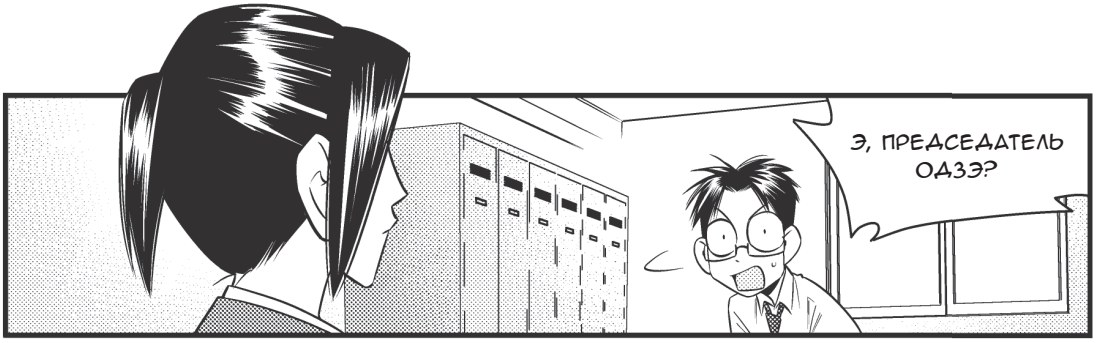
Ну, во всяком случае, как правило, особенность таких материалов – это **способность выдержать большую приложенную силу**. Помни об этом.

НУ ЧТО,
ХВАТИТ НА СЕГОДНЯ!
ВСЕМ ПОКА!


ЧТО-ТО НИСИМОТО-КУН
В ПОСЛЕДНЕЕ ВРЕМЯ
СТРАННЫЙ.
.....

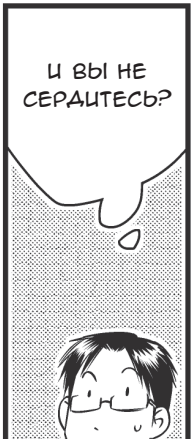

ОХ, СКОЛЬКО ТУТ ПЫЛИ!
ДА И ЧУВСТВО ТАКОЕ, БУДТО
ТУТ ОБИТАЮТ ПРИВИДЕНИЯ,
НО Я И СЧАСТЬЮ СВОЕМУ
ПОВЕРИТЬ НЕ МОГУ!

Я НЕ ЗНАЮ, ЧТО ЭТО БЫЛА
ЗА КОМНАТА, И ПОЧЕМУ ЕЕ
ПЕРЕСТАЛИ ИСПОЛЬЗОВАТЬ...
НО ЭТО МОЯ КОМНАТА!
Я БУДУ
СКЛАДЫВАТЬ
ТУТ КНИГИ!
НИСИМОТО-КУН?


Э, ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ОДЭЭ?

НЕТ, НЕТ...!
ЭТО НЕ ПРИВАТИЗАЦИЯ СВОБОДНОЙ КОМНАТЫ, А ЭФФЕКТИВНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ЗЕМЕЛЬНОГО И ВОЗДУШНОГО ПРОСТРАНСТВА ЯПОНИИ!

НАКОНЕЦ-ТО МЫ ТЕБЯ НАШЛИ!

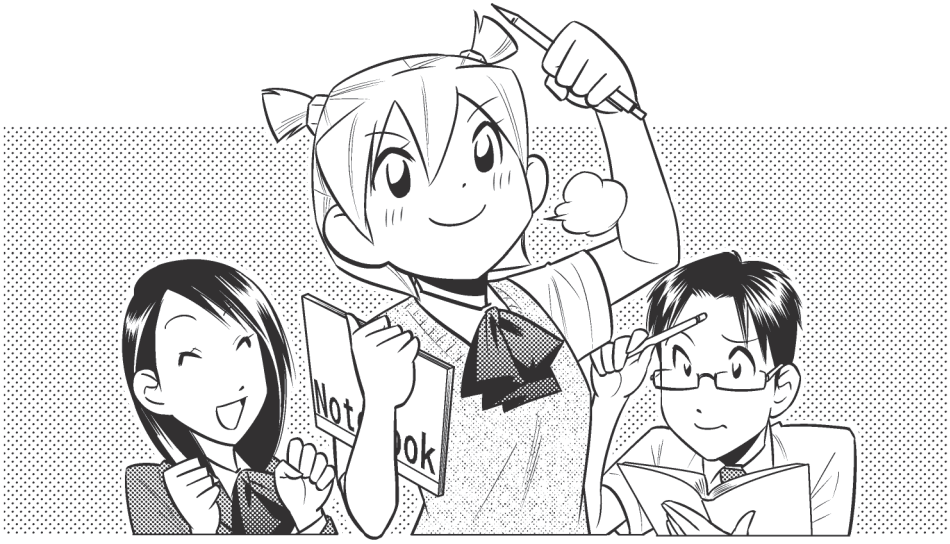

И ВЫ НЕ СЕРДИТЕСЬ?

ЛУЧШЕ ПОГОВОРИМ ЗАВТРА!.. НАДО ПОДГОТОВИТЬСЯ
П-П-ПОГОДИТЕ!

ЧТО ТАКОЕ?

ГЛАВА 5

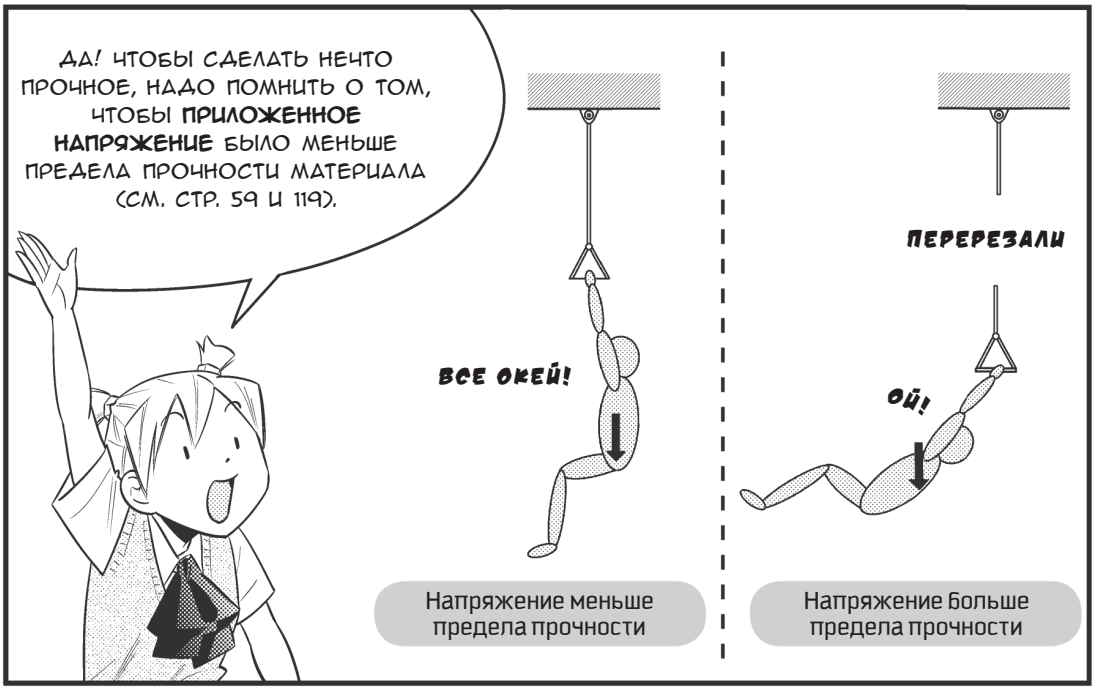
КАК РАССЧИТАТЬ НАПРЯЖЕНИЕ



НУ ЧТО, СЕГОДНЯ ТОЖЕ ПОУЧИМСЯ... А ПОСЛЕ ЗАНЯТИЙ МНЕ НАДО БУДЕТ СООБЩИТЬ ВАМ КОЕ-ЧТО ВАЖНОЕ.
Я БЫ ХОТЕЛА ВАМ КОЕ-ЧТО ПЕРЕДАТЬ.
ВЫТЯГИВАЕТ КОНВЕРТ
ЧТО? У МЕНЯ НА ГЛАЗАХ БУДУТ ПЕРЕДАВАТЬ ЛЮБОВНЫЕ ПИСЬМА?
Извещение об освобождении помещения
НАКОНЕЦ-ТО! ХОТЯ Я НЕМНОГО БОЮСЬ ПИСЕМ ОТ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ ОДЭЭ...
ДА НЕТ, ВСЕ НЕ ТАК СТРАШНО.
НО ЭТО РАЗГОВОР ДОЛГИЙ, ТАК ЧТО ДЕТАЛИ ПОТОМ.

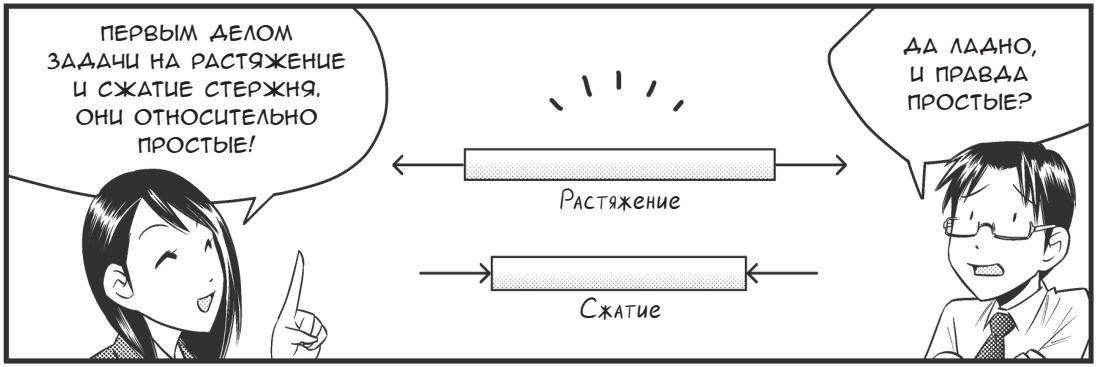
Сначала сопромат! Сегодня мы займемся расчетами напряжения.

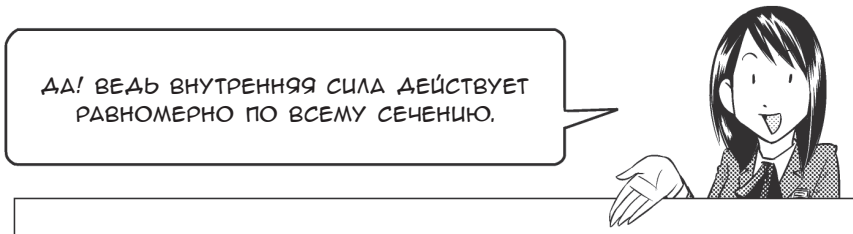
Ну, расчеты... Это так тяжело.
Эй-эй... Разве ты еще не понял, как важно напряжение для сопромата?

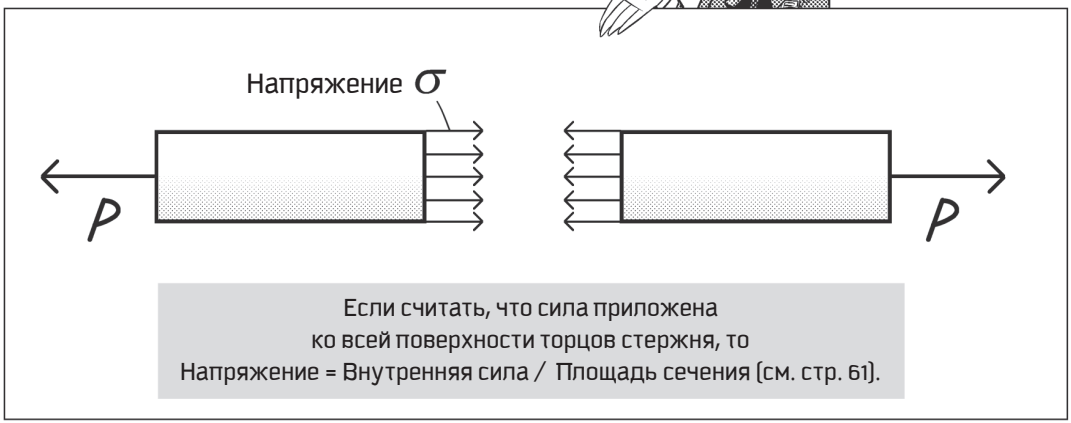

Да! Чтобы сделать нечто прочное, надо помнить о том, чтобы **приложенное напряжение** было меньше предела прочности материала (см. стр. 59 и 119).
Все окей!
Напряжение меньше предела прочности
Перерезали
Ой!
Напряжение больше предела прочности

Именно! Чтобы сделать прочную вещь, которой можно безопасно пользоваться, надо рассчитывать напряжение.
Теперь начнем с расчетов основных видов напряжения: **растяжения и сжатия, кручения, изгиба**. Именно в таком порядке!

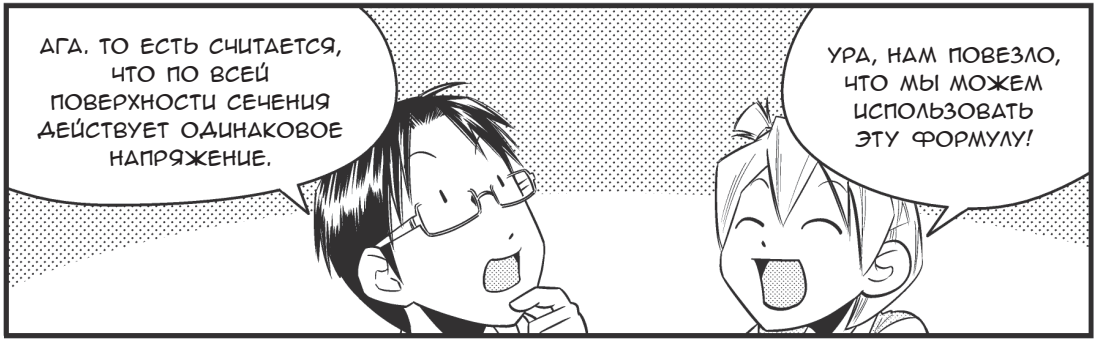
1. ЗАДАЧИ НА СЖАТИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ СТЕРЖНЯ



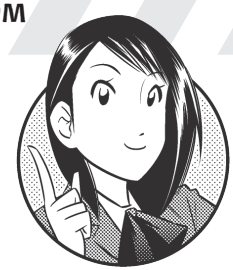




Если считать, что сила приложена
ко всей поверхности торцов стержня, то
Напряжение = Внутренняя сила / Площадь сечения (см. стр. 61).

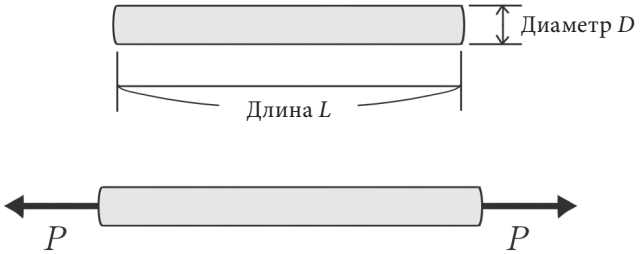


Расчет удлинения и отношение между нагрузкой растяжения и нормальным напряжением



Прежде всего начнем с задач на растяжение или сжатие стержня.
Такие задачи проще остальных. В них будут все время попадаться формулы, поэтому мы будем их повторять.

Здесь мы рассмотрим взаимосвязь **между растягивающей нагрузкой, нормальным напряжением** и удлинением (величиной деформации) при растяжении стержня.



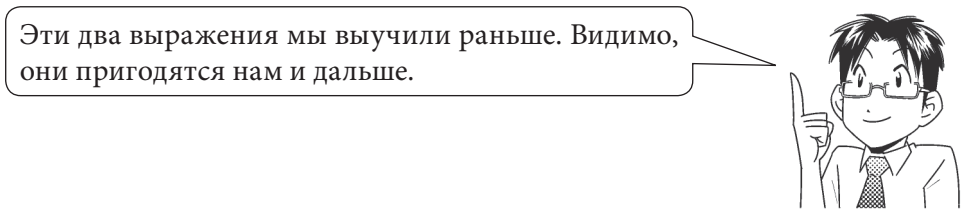
Рассчитаем удлинение при растяжении с обоих концов круглого стержня, с диаметром D и длиной L, к которому приложена нагрузка P, как на рисунке выше.

Абсолютное удлинение (величину деформации) обозначают греческой буквой λ (лямбда). Нормальная относительная деформация ε будет рассчитываться по формуле из главы 3 (стр. 87) так:

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{L}. \tag{1}$$

Кроме того, если предположить, что модуль Юнга стержня равен E, нормальное напряжение σ в стержне кругового сечения определяется следующей формулой, как показано в главе 4 (стр. 109):

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{2}$$



Далее, с помощью формулы из главы 2 (стр. 61) можно установить следующее соответствие.

Эта формула – отношение между растягивающей нагрузкой P и нормальным напряжением σ.

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi D^2 / 4}. \quad (3)$$

О! Раз в любом месте поперечного сечения действует одинаковая сила, можно использовать формулу

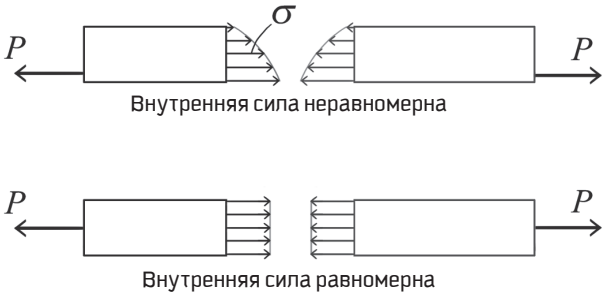
Напряжение = Внутренняя сила / Площадь.

Правильно. Что касается знаменателя, то площадь поперечного сечения $A = \pi \times (D/2)^2 = \pi D^2/4$, так как

Площадь круга = $\pi \times R^2$.

В случае если внешняя сила приложена неравномерно, как показано на рисунке ниже, например, напряжение будет изменяться в пределах любого сечения стержня.

Там будет использоваться сложная формула, поэтому найти напряжение будет немного трудно.



Распределение напряжений обычно неравномерно, но в случае симметрично приложенного одноосного растягивающего стержня оно бывает однородным. Однородное распределение следует рассматривать как частный случай распределения напряжений.

Ой, это сложно, если есть разница в напряжении...
Я рада, что сейчас это не так!

Теперь вернемся к задаче и подумаем об **удлинении** (величине абсолютной деформации) λ.

Из формул (1), (2), (3) можно вывести следующее уравнение:

$$\frac{P}{\pi D^2 / 4} = E \frac{\lambda}{L}.$$

Чтобы подсчитать удлинение, надо использовать следующую формулу:

$$\lambda = \frac{P \times L}{E \times \pi D^2 / 4} = \frac{4PL}{\pi E D^2}. \quad (4)$$

Мы получили формулу для удлинения λ! Это было легко, потому что мы пока только подставляли выражения.

Используя эту формулу, вы можете рассчитать величину удлинения λ, задав растягивающую нагрузку *P*, модуль Юнга *E* и диаметр *D* круглого стержня.

Кроме того, эта формула показывает, что **удлинение пропорционально растягивающей нагрузке *P* и длине *L* круглого стержня и обратно пропорционально модулю Юнга *E* и площади поперечного сечения $\pi D^2/4$ круглого стержня**.

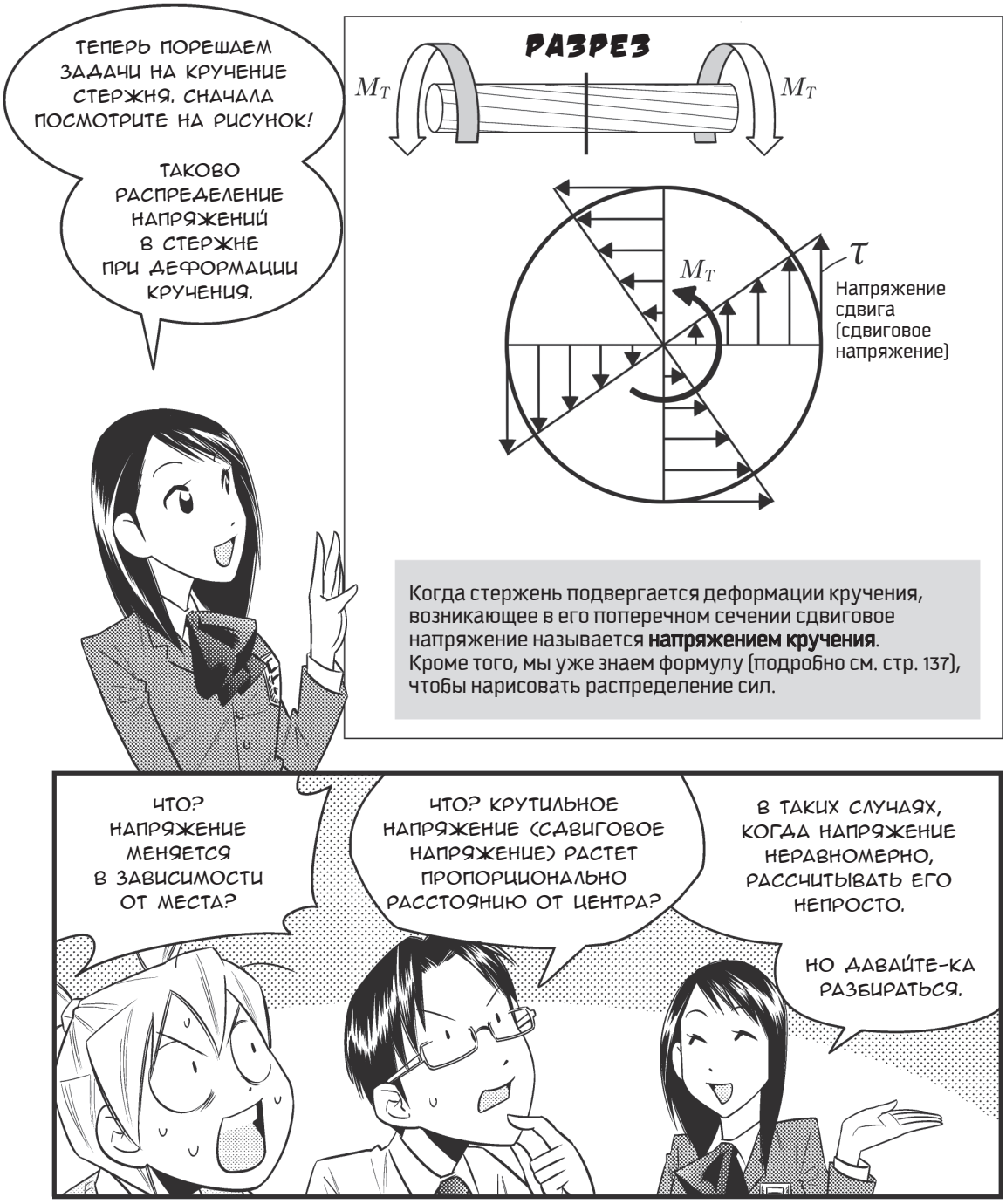
Ну, это можно понять так...
Если к стержню приложить большую силу растяжения, то удлинение становится больше, но если материал более устойчив к деформации, то и стержень растягивается меньше.

Если нагрузка на сжатие *P* действует вместо нагрузки на растяжение, замените *P* для *–P* в этих четырех уравнениях. В этом случае величина удлинения λ будет отрицательной, что означает, что круглый стержень сжимается.

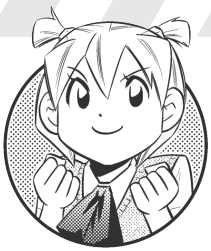
В зависимости от знака (плюс или минус) можно понять, что происходит со стержнем! Очень удобная формула, если к ней привыкнуть.

Правильно! Теперь вы можете точно определить взаимосвязь между деформацией растяжения и силой и размерами в математических формулах. В таком случае говорят, что она выражена количественно. Ученые считают, что **если выражать все при помощи формул, то сразу становится ясно**. Поэтому выражать отношения при помощи формул очень важно!

2. ЗАДАЧА НА КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЯ



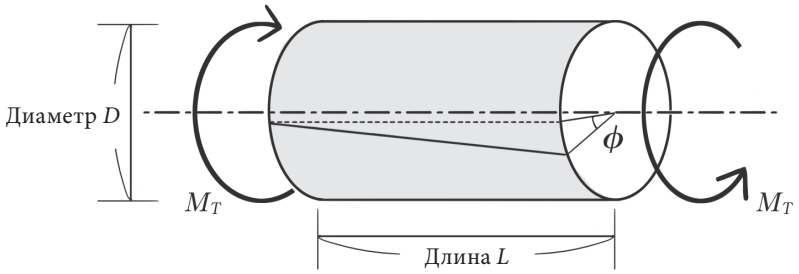
Расчет угла кручения и отношение между крутящим моментом и силой сдвига



Ну а теперь – задача на кручение стержня. «Когда напряжение неоднородно по сечению, рассчитывать его непросто», – говорит учитель Одзэ.
Видимо, в таком случае важно учитывать мельчайшие элементы, например дифференциалы площади... Да, звучит непросто, но давайте напряжемся!

Давайте рассмотрим связь **между крутящим моментом, напряжением сдвига и углом кручения**.

Раньше мы уже рассматривали деформацию кручения стержня (глава 3, стр. 92). Еще раз загляните туда, пожалуйста, – это очень важно.



Рассчитаем угол кручения φ в случае, когда к круглому стержню диаметра D и длины L с обоих концов приложен крутящий момент M_T, как показано на рисунке выше.

Прежде всего вспомним две формулы, которые мы изучили раньше. Они понадобятся нам дальше.

Используя формулы деформации сдвига γ в зависимости от расстояния r от оси стержня и формулу для угла кручения φ/L, получим следующее уравнение:

$$\gamma = r\phi/L, \quad \text{или же} \quad \gamma = \omega r. \tag{5}$$

Если модуль сдвига круглого стержня равен G, напряжение кручения равняется $\tau = G\gamma$ (см. стр. 113), и получим следующее:

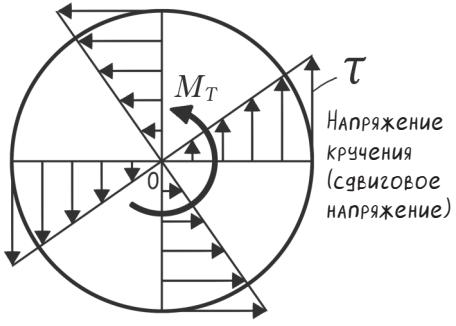
$$\tau = G\gamma = G\omega r. \tag{6}$$

Посмотрите на формулу (6)!
Она выражает соотношение между напряжением кручения τ и расстоянием от оси стержня *r*.
Иными словами, благодаря ей мы можем рассчитать и изобразить **распределение напряжений при деформации кручения в стержне**.

Ха! То есть мы смогли изобразить напряжения благодаря тому, что выучили раньше! Неплохо мы постарались.

Наконец, подумаем о связи между крутящим моментом M_T и напряжением сдвига τ. Напряжение при деформации кручения (сдвиговое напряжение) изменяется пропорционально радиусу *r*, как показано в уравнении 6, что немного усложняет дело.

Распределение напряжений при деформации кручения круглого стержня показано на рисунке ниже.



Напряжение кручения (сдвиговое напряжение) по оси стержня равняется нулю и увеличивается пропорционально расстоянию от центра, достигая максимального значения на его поверхности.

Напряжение направлено от диаметральной линии к поверхности стержня (перпендикулярно радиусу) и по касательной к любой внутренней окружности с центром на оси стержня.

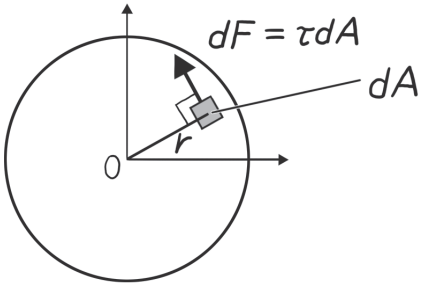
Теперь, надеюсь, стало ясно, как напряжение меняется в зависимости от местоположения.

Из-за того, что сдвиговое напряжение изменяется по сечению стержня, кажется довольно трудным найти момент кручения в соответствии с математической формулой.

Давайте не спеша разбираться.

Ага, сейчас мы думаем об отношении между крутящим моментом M_T и касательным напряжением τ...
В задачах на растяжение стержня можно было просто использовать формулу Напряжение = Внутренняя сила / Площадь. Просто подставить туда соотношение между нагрузкой растяжения P и нормальным напряжением σ, и было легко! А теперь сложновато как-то.

Хе-хе... На самом деле даже в этой задаче я использую формулу Напряжение = Внутренняя сила / Площадь.
Однако, чтобы ее использовать, надо знать маленький трюк. Помните, мы раньше говорили о мельчайших элементах, таких как дифференциал площади? (Глава 2, стр. 75.)
А теперь воспользуемся ими и выполним вычисления.



Сила сдвига, действующая в поперечном сечении круглого стержня при кручении

Сначала, как показано на приведенном рисунке, рассмотрим малую силу dF, действующую на элемент с малой площадью dA на расстоянии r от оси круглого стержня в некотором поперечном сечении.

Буква d, действуя на переменную величину, стоящую прямо за ней, придает такой записи смысл малого приращения этой величины.

Чем меньше площадь, тем меньше изменение напряжения в элементе, поэтому для такого элемента начинает выполняться формула Сила = Площадь × Напряжение.

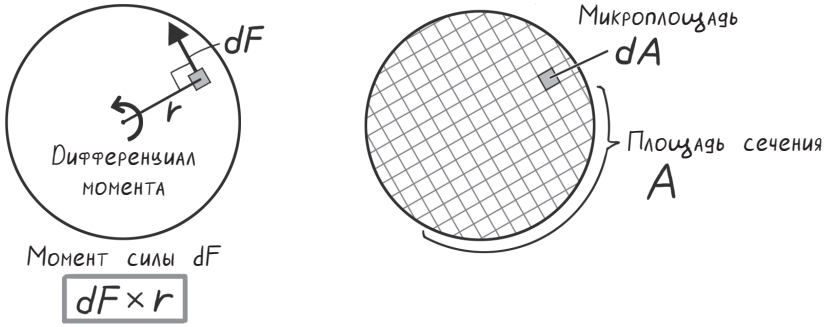
Точно! Кажется, при использовании дифференциалов площадей напряжение не будет меняться в зависимости от места. Теперь можно использовать формулу.

Затем, используя формулы (5) и (6), подсчитаем dF:

$$dF = \tau \times dA = G\gamma \times dA = G\omega r dA. \quad (7)$$

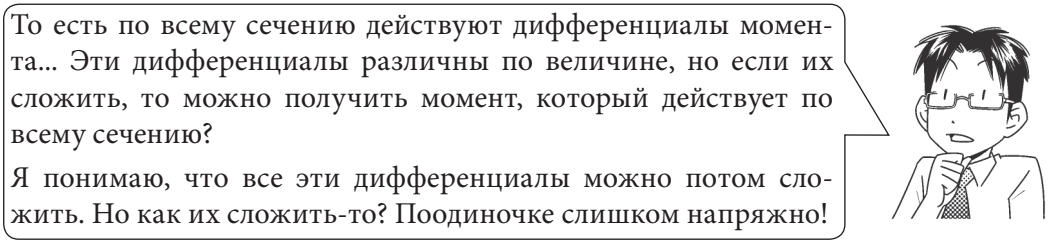
Итак, можно определить малую силу dF, действующую на каждом элементе площади. Потом надо получить выражение для момента, который создает эта сила.

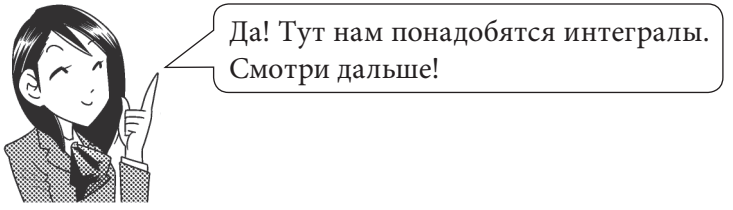
Момент = Сила × Плечо рычага, поэтому **дифференциал момента**, создаваемого относительно оси стержня **дифференциалом силы *df***, является произведением силы *dF* на плечо рычага *r*.



Момент, который работает на элементе площади сечения

Тогда сумма **дифференциалов моментов** по всему поперечному сечению равна моменту (внутренней силе) относительно оси.





Для начала выразим формулу выше. Сумму всех элементов площадей можно выразить при помощи интеграла. Интеграл – **сумма малых величин**, и поэтому он используется для вычисления поверхностей и объема.

Даже если вы не понимаете интегралы, давайте-ка разберем, что такое **сумма малых величин по всему сечению**.

Момент в дифференциале сечения

Сила dF × Диаметр

$$G\omega r dA \times r$$

Сумма малых величин всего сечения

Моменты внутреннего сечения A = Внутренняя сила

$$\iint_A G\omega r \times r dA = \iint_A G\omega r^2 dA$$

Интеграл

Знаки ∫ (интеграл) и ∬ (двойной интеграл) могут показаться трудными, поэтому, прежде чем заниматься сложными расчетами, надо понять **смысл формулы** и что вы делаете.
Здесь мы интегрируем по поверхности A, поэтому мы используем ∬ (двойной интеграл)*.
Смысл в том, что мы складываем все моменты, работающие на элементах сечения.

Ух ты. Интеграл – это сложно, но, наверное, удобно.

Так как внешняя сила равна внутренней силе, внутренняя сила равна крутящему моменту внешней силы. Поэтому получается следующая формула:

$$M_T = \iint_A G\omega r^2 dA = G\omega \iint_A r^2 dA = GI_P\omega. \quad (8)$$

Эй! Тут опять незнакомые значки. Что такое I_P?

* Здесь учитель опускает важный момент, что интеграл определяется как сумма малых величин, зависящих от одной переменной. В данном случае переменными величинами являются размеры сторон площадки. Поскольку таких переменных две, то и интеграл – двойной.

Любой стержень, форма которого постоянна по длине, или однородная балка, характеризуется формой или профилем поперечного сечения. В данном случае форма поперечного сечения – это круг. I_P – так называемый полярный момент инерции сечения, величина, которая определяется его формой. Формула для момента определяется с использованием этого коэффициента.

Ага, то есть без интеграла тут никак. Формула теряет смысл.

Полярный момент инерции I_P является одним из важных коэффициентов в сопромате. Обратим внимание, что радиус в подинтегральном выражении определяется как расстояние от оси до точек сечения. При изменении положения оси относительно сечения изменится и полярный момент.

Полярный момент инерции	$I_P = \int_A r^2 dA$

В приложении (стр. 205) приведены соотношения для полярных моментов инерции для различных сечений. Произведение модуля сдвига G и момента инерции I_P, GI_P, называется **крутильной жесткостью** и определяет устойчивость к деформации кручения.

Для стержня с круглым сечением значение I_P рассчитывается по формуле:

$$I_P = \iint_A r^2 dA = \int_0^{2\pi}\int_0^{D/2} r^2 \times r dr d\theta = \left(\int_0^{2\pi} d\theta\right)\left(\int_0^{D/2} r^3 dr\right) = (2\pi)\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{D}{2}\right)^4\right\} = \frac{\pi D^4}{32}. \quad (9)$$

В случае круглого стержня проще вести расчеты, когда используются полярные координаты (площадь элемента $rdrd\theta$). Если это прямоугольник, лучше использовать прямоугольные координаты (площадь элемента $dxdy$).
Для разъяснений см. стр. 143.

Эй! Формула с коэффициентом стала проще, но вычислить этот коэффициент сложно! Жульничество!

Успокойся, Нисимото-кун! Значения коэффициента I_P для различных сечений или профилей, как и другого, I, который появится позже, приведены в учебниках и технических руководствах по сопромату. Фактически формулу можно рассчитать при помощи калькулятора и использовать ее без двойного интеграла, если открыть нужную книгу на нужной странице.

Фух, стало легче. Но эти вычисления с интегралами оказались не такими трудными.

Я думаю, если вы понимаете метод расчета, то и рассчитать тоже просто. Ну, а используя I_p, можно понять формулу и применять следующее выражение. Это выражение для угла закручивания стержня!

Из формул (8) и (9) можно вывести значение угла закручивания стержня под действием крутящего момента:

$$\phi = \frac{M_T L}{G I_P} = \frac{32 M_T L}{\pi G D^4}. \tag{10}$$

Используя эту формулу, можно рассчитать угол кручения, задав крутящий момент M_T, модуль сдвига G и диаметр D круглого стержня!

Кроме того, эта формула показывает, что угол кручения пропорционален M_T и длине L круглого стержня и обратно пропорционален модулю сдвига G и четвертой степени D^4 диаметра.

Поэтому, чтобы уменьшить угол кручения, необходимо только увеличить модуль сдвига G или момент инерции I_P.

Ну да, чтобы угол кручения был небольшим, надо правильно выбрать характеристики материала и форму сечения.

Кроме того, из формул (10) и (5), (6) напряжение сдвига τ определяется следующим соотношением.

Эта формула выражает **зависимость между моментом кручения M_T и сдвиговым напряжением τ**:

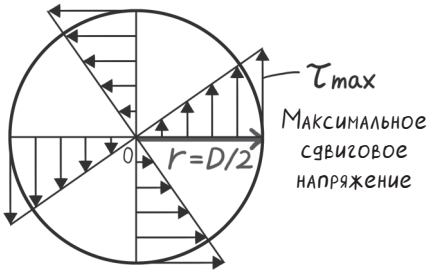
$$\tau = \frac{M_T}{I_P} r = \frac{32 M_T}{\pi D^4} r. \tag{11}$$

Ага, вот и нашли то, что надо. Долго искали.

Впереди еще немного.
Надо найти **максимальное сдвиговое напряжение** из этого уравнения.

Максимальное сдвиговое напряжение действует на максимальном радиусе r, т. е. $R = D/2$ (внешняя окружность), так что получится следующее:

$$\tau_{\max} = \frac{32M_T}{\pi D^4} \times \frac{D}{2} = \frac{16M_T}{\pi D^3}. \tag{12}$$



Определение **максимального напряжения** часто является целью прочностного расчета.

Чтобы сделать вещь, которая не разрушится, надо выполнять условие **напряжение < предельной прочности материала**.

Поэтому необходимо рассчитать максимальное напряжение, развиваемое в теле.

Ну, это было длинное объяснение, но ход мысли вам понятен? Если проанализировать, получится следующее:

Рассматриваем дифференциал площади

⇒ Рассматриваем элементы сил и моментов.
⇒ Используя интеграл, рассматриваем момент (внутреннюю силу) всего сечения.
⇒ Используя полярный момент инерции, выводим формулу.
⇒ Ищем напряжение.
⇒ Ищем максимальное напряжение.

Такой алгоритм будет и в задачах на изгиб. Надо придерживаться научного метода!

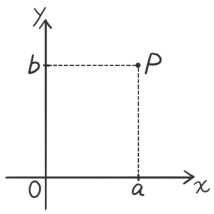
Что такое *rdrdθ*? (Как выразить элемент площади)

В процессе вычисления (формула (9) на стр. 140) появилось выражение *rdrd*θ.

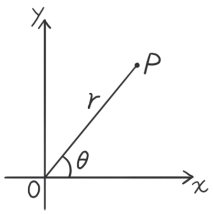
Хотя *rdrd*θ и *dxdy* – элементы площади, как и почему они ее выражают? Здесь мы это объясним.

Для начала поговорим о разнице между **прямоугольными координатами** и **полярными координатами**.

Посмотрите на рисунок ниже. Существует два способа представления положения одной и той же точки *P* на плоскости.



Прямоугольные координаты

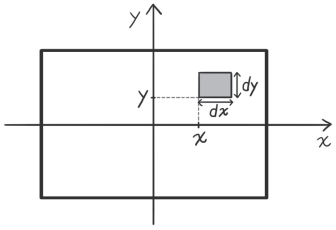


Полярные координаты

Прямоугольные координаты – это известный из школы способ указания координат, «значение *x* равно *a*, значение *y* равно *b*».

Полярные координаты определяют положение точки *P* с помощью наклонного отрезка из начала координат O (под углом θ) и длиной *r*.

Начнем с простого. Если поперечное сечение стержня представляет собой прямоугольник, лучше использовать прямоугольные координаты (элемент площади *dxdy*) *x*–*y*. Это представлено на рисунке следующим образом:



Когда надо выразить изменения с помощью элементов площади, надо использовать дифференциал *d*.

x + *dx* – это **немного больше, чем *x***, *y* + *dy* означает **немного больше, чем *y***.

В сером прямоугольнике на приведенном выше рисунке длина и ширина представляют собой крайне малые величины.

Высота прямоугольника равна *dy*, а длина – *dx*.

Поэтому площадь (элемент площади) закрашенной области равна Длина × Ширина = *dxdy*.

Если поперечное сечение представляет собой круг, как в стержне, использование полярных координат (малая площадь $rdrd\theta$) облегчает расчет. Это немного запутанно, но легко понять по рисунку.

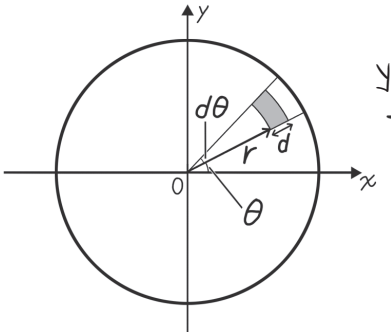


Рис. 1

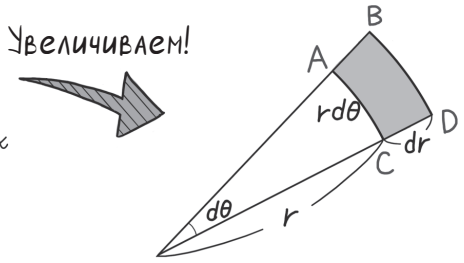


Рис. 2

Посмотрите на рисунок 1. Поскольку это полярные координаты, тут важны **угол θ** и **расстояние *r* от начала координат O**.

Давайте также рассмотрим малые приращения, используя *d*.

θ + *d*θ означает **угол чуть больше θ**, *r* + *dr* означает **расстояние немного больше, чем *r***.

Обратите внимание на рис. 2, который представляет собой увеличенный рис. 1. Дуга AC равна *rd*θ из уравнения дуги (Длина дуги = Радиус × Угол, угол должен быть выражен в радианах).

Так, если область, ограниченная точками ABCD, очень мала, то кривизной линий AC и BD в ней можно пренебречь, представив, что она ограничена прямыми.

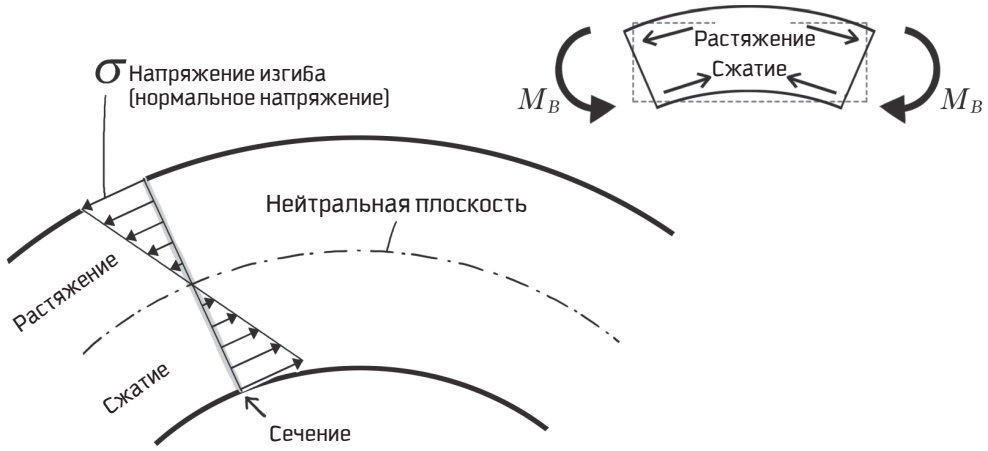
Другими словами, элемент площади ABCD просто считается прямоугольником! Поэтому площадь серой области выражается через произведение длины *rd*θ и высоты *dr*.

Площадь элемента области ABCD является разностью площадей секторов OBD и OAC = $rdrd\theta\,(1 - dr/2r)$.

Ну как? Поняли ли вы, что $rdrd\theta$ и $dxdy$ представляют небольшие области?

Они также появятся в следующей части (стр. 150), поэтому, пожалуйста, запомните это.

3. ЗАДАЧИ НА ИЗГИБ



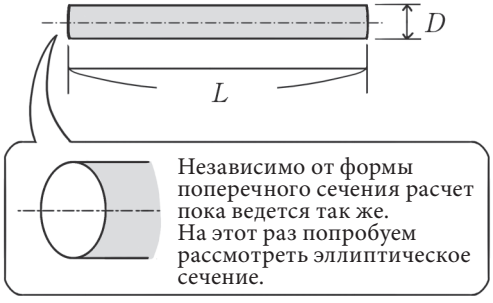
Когда стержень подвергается деформации изгиба, возникающее в нем нормальное напряжение называется **напряжением изгиба**. Это напряженное состояние может быть рассчитано на основе уже использованной формулы (подробно см. стр. 148).

Расчет кривизны, связь между моментом изгиба и нормальным напряжением

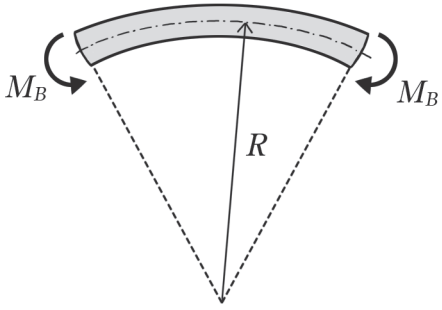
А теперь задача на изгиб стержня. И в этом случае напряжение не является однородным.
И тут нам придется иметь дело с небольшими элементами вроде площадей?
Давайте-ка попробуем их расписать.

В задачах на изгиб стержня нам встретятся **отношение между изгибающим моментом и вертикальным напряжением** и **кривизна = 1 / радиус кривой**.

Раньше мы уже рассматривали задачи на изгиб стержня (глава 3, стр. 96).
Просмотрите эту главу еще раз, так как мы будем говорить о связанных вещах.
Радиус кривой – это радиус окружности, дугой которой является данная кривая.
Кривизна – это величина, показывающая степень кривизны.
Кривизна κ и радиус кривизны R – взаимно обратные величины.



Независимо от формы поперечного сечения расчет пока ведется так же.
На этот раз попробуем рассмотреть эллиптическое сечение.



Рассчитаем деформацию изгиба, когда на оба конца **стержня с постоянным размером поперечного сечения *L*** действует момент изгиба MB, как показано выше.

Прежде всего нам понадобятся формулы, о которых мы уже говорили. Радиус кривизны прогиба обозначен R, нормальная деформация ε в точке y относительно плоскости стержня определяется следующим уравнением (см. главу 3, стр. 101):

$$\varepsilon = \frac{y}{R} = \kappa y.$$

Тогда, если модуль Юнга стержня равен E, нормальное напряжение $\sigma = E\varepsilon$ (см. стр. 110). Поэтому получим следующее уравнение с использованием кривизны κ (обратная величина радиуса кривизны R, равная $1/R$).

Мы будем использовать это выражение в последующих вычислениях.

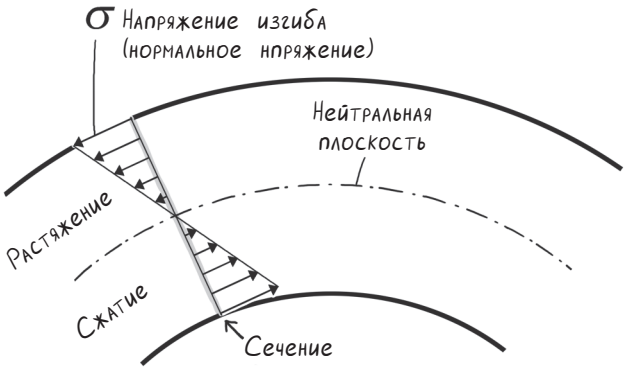
$$\sigma = E\frac{y}{R} \quad \text{или} \quad \sigma = E\kappa y. \tag{12}$$

Обратите внимание на формулу (12).
Она устанавливает соотношение между нормальным напряжением σ и расстоянием y, не так ли?
По этой формуле мы могли бы нарисовать диаграмму напряжений при изгибе круглого стержня.

А теперь давайте подумаем о соотношении между моментом изгиба MB и вертикальным напряжением σ.

Однако надо учитывать, что напряжение при изгибе (нормальное напряжение) изменяется в зависимости от местоположения, как в задаче о кручении.

Распределение напряжений в соответствии с уравнением (12) показано ниже.



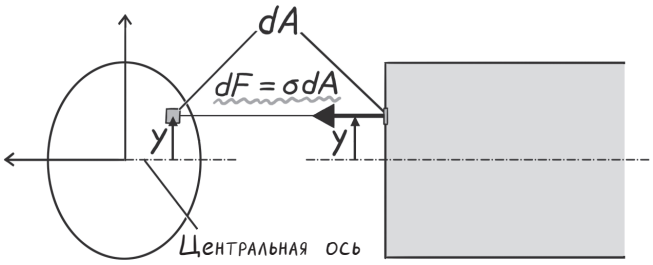
Напряжение изгиба (нормальное напряжение) пропорционально расстоянию от нейтральной плоскости. Более того, сверху от нейтральной плоскости это напряжение растяжения, а снизу – сжатия.

Теперь вы видите, что напряжение зависит от местоположения?

Поскольку мы собираемся найти **момент изгиба** при помощи такого неравномерного напряжения, это выглядит жутко. Однако если вы понимаете, что такое **крутящий момент**, все может показаться простым.

Э... нам, как и в той задаче, понадобятся дифференциалы?

Хорошая догадка, Нисимото-кун! Все так!
Как ранее упоминалось, зная силу, которая действует на элементы площади, можно узнать дифференциал момента, действующего вокруг центральной оси. А затем, с использованием интеграла, можно узнать значение момента по всему сечению.

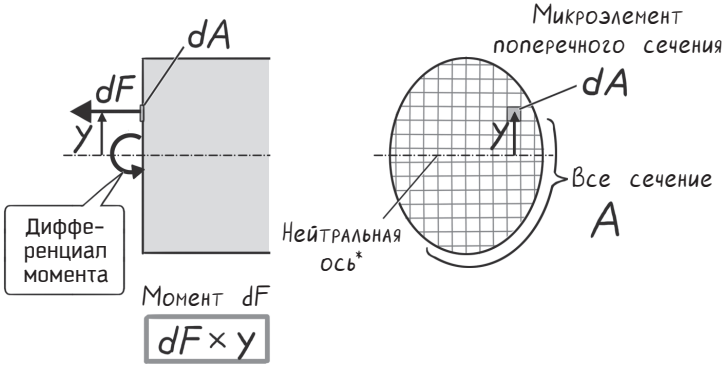


Нормальное напряжение,
которое действует в изгибаемом стержне

Сначала, как на рисунке выше, рассмотрим силу *dF*, которая действует в поперечном сечении, на элементе площади *dA* у центральной оси. Поскольку сила равна произведению напряжения и площади, *dF* выглядит так:

$$dF = \sigma \times dA = E\kappa y \times dA = E\kappa y dA. \quad (13)$$

Дифференциал момента, действующего вокруг стержня, будет равен отношению силы *dF* к плечу рычага *y*.



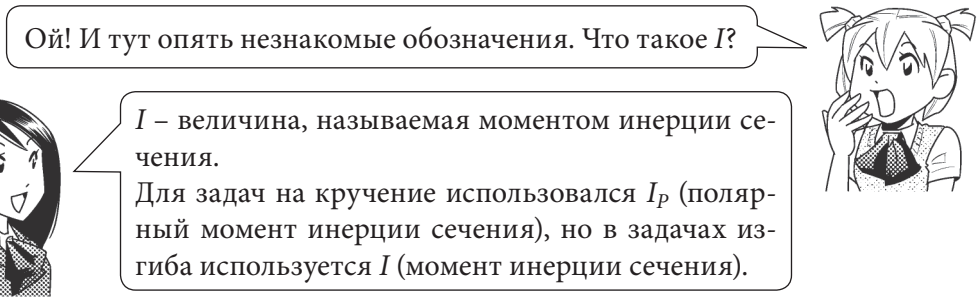
* Линия пересечения нейтральной плоскости и поперечного сечения является отрезком прямой в поперечном сечении.
Ось, содержащая этот отрезок, называется нейтральной осью.

Сила, которая работает на элементе площади,
и момент, создаваемый вокруг нейтральной оси

Тогда сумма **дифференциалов моментов** по всему поперечному сечению представляет собой внутреннюю силу (момент всего поперечного сечения), которая должна быть равна внешней силе M_B.

То есть имеет место следующая формула:

$$M_B = \iint_A E\kappa y \times y dA = E\left(\iint_A y^2 dA\right)\kappa = EI\kappa. \tag{14}$$

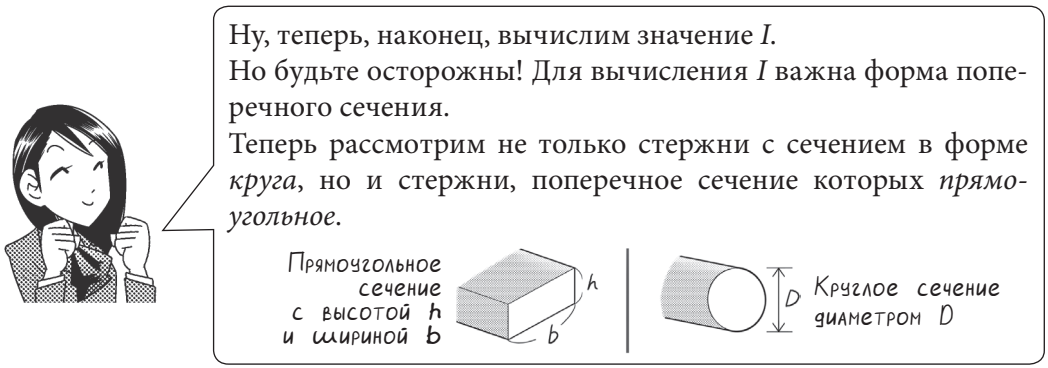


Если вы знаете форму поперечного сечения стержня, вы можете рассчитать момент инерции сечения.

Момент инерции сечения является одним из важных коэффициентов в сопромате.

Момент инерции сечения	$I = \int_A y^2 dA$

Обратите внимание, что моменты инерции сечений для стандартных профилей поперечного сечения указаны в приложении (стр. 205). Произведение *EI* модуля Юнга *E* и *I* называется **жесткостью изгиба** и определяет устойчивость к деформации изгиба.



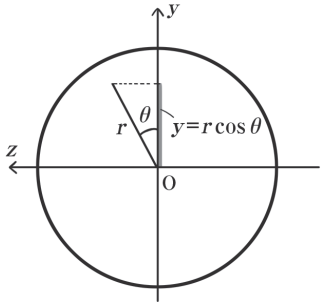
Вычислим значение момента инерции сечения I для **стержня с прямоугольным поперечным сечением** и **стержня с круглым поперечным сечением** соответственно.

В случае стержня с прямоугольным поперечным сечением шириной b и высотой h вычисление значения I дает следующее соотношение:

$$I = \iint_A y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2}\int_{-b/2}^{b/2} y^2 dxdy = \int_{-b/2}^{b/2} dx \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy$$
$$= [x]_{-b/2}^{b/2} \times \left[\frac{1}{3}y^3\right]_{-h/2}^{h/2} = b \times \frac{1}{12}h^3 = \frac{1}{12}bh^3.$$

Если поперечное сечение представляет собой круг диаметром D, то формула для момента инерции выглядит следующим образом:

$$I = \iint_A y^2 dA = \int_0^{D/2}\int_0^{2\pi} (r\cos\theta)^2 r dr d\theta$$
$$= \int_0^{D/2} r^3 dr \int_0^{2\pi} \cos^2\theta d\theta$$
$$= \pi \times \frac{1}{4}\left(\frac{D}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{64}D^4. \qquad (15)$$



О! Наконец-то мы все-таки вычислили значение I!
С ним формула стала проще.

Да! С использованием I формула становится проще, а отношение между кривизной и моментом изгиба представлено следующим простым выражением.
Это соотношение между моментом изгиба стержня и кривизной.

Используя формулы (14) и (15), кривизну κ (равна обратной величине R) стержня определяют следующим соотношеием:

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{M_B}{EI}. \qquad (16)$$

Используя формулу (16), например вычисляя момент инерции сечения I в круглом стержне с диаметром D, мы можем вычислить кривизну к после деформации, подставив модуль Юнга материала E и момент изгиба M_B в эту формулу.

Кроме того, она показывает, что кривизна при деформации изгиба обратно пропорциональна модулю Юнга E и моменту инерции сечения I, но пропорциональна моменту изгиба M_B.

Если сила изгиба велика, кривизна также увеличивается, но если это материал, который трудно деформировать или с формой поперечного сечения, которая устойчива к деформации, это означает, что кривизна становится малой.

Кроме того, из формул (12) и (16) можно рассчитать нормальное напряжение σ при помощи следующей формулы.

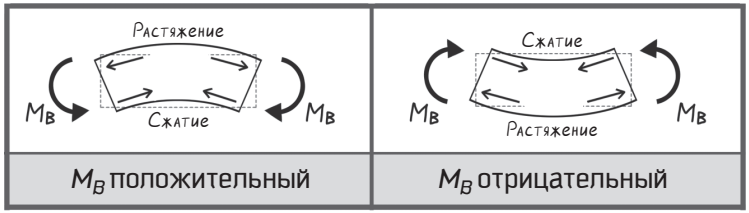
Эта формула выражает **связь между изгибающим моментом M_B и нормальным напряжением σ**:

$$\sigma = \frac{M_B}{I} y. \tag{17}$$

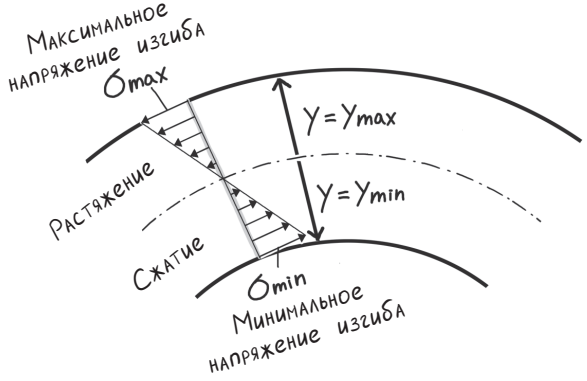
Именно! Вроде нашли то, что надо.

Исходя из формулы (17), при приложении изгибающей нагрузки к балке величина нормального напряжения, создаваемого в поперечном сечении, пропорциональна расстоянию от нейтральной оси, а когда момент изгиба M_B положителен, верхняя сторона стержня растягивается, а нижняя – сжимается (обратное верно, когда M_B отрицательный).

То есть если момент изгиба M_B положительный, тогда стержень выпуклый, а если отрицательный, то вогнутый.
Посмотрите на рисунок ниже, все станет ясно.



Из этого уравнения можно получить значения максимального и минимального напряжений изгиба.



Посмотрите на рисунок выше. Максимальное напряжение изгиба σ_{max} рассчитывается, когда y достигает максимального значения.

Это происходит при $y = y_{max}$ и может быть выражено следующим уравнением:

$$\sigma_{max} = \frac{M_B}{I} \times y_{max} = \frac{M_B}{Z_1}.$$

Минимальное напряжение изгиба σ_{min} возникает, когда y принимает минимальное значение, т. е. $y = y_{min}$, и считается по следующей формуле. Конечно, если y_{min} – отрицательное значение, то и σ_{min} – тоже. Заметим, что отрицательные напряжения малы только с алгебраической точки зрения, с точки зрения прочности конструкции они могут оказаться даже более опасными, чем такие же по абсолютной величине напряжения растяжения. Разрушение может произойти как при растяжении материала, так и при его сжатии.

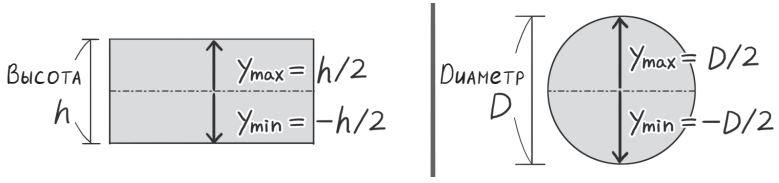
$$\sigma_{max} = \frac{M_B}{I} \times y_{min} = \frac{M_B}{Z_2}.$$

Здесь $Z_1 = I/y_{max}$, $Z_2 = I/(-y_{min})$ называется **моментом сопротивления**.

Если сечение симметрично относительно нейтральной оси, $Z_1 = Z_2 = Z$.

Значения этих коэффициентов, как и величина I, зависят от формы сечения и приведены в справочниках (см. приложение, стр. 215).

Давайте напоследок рассмотрим максимальное и минимальное напряжения при изгибе для **прямоугольного** и **круглого сечений**.



В случае прямоугольного сечения $Z = bh^2/6$ (см. стр. 205).

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \frac{M_B}{Z} = \frac{M_B}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)}.$$

В случае круга с диаметром D момент сопротивления $Z = \pi D^3/32$ (см. стр. 205), поэтому максимальное напряжение можно получить в соответствии с соотношением:

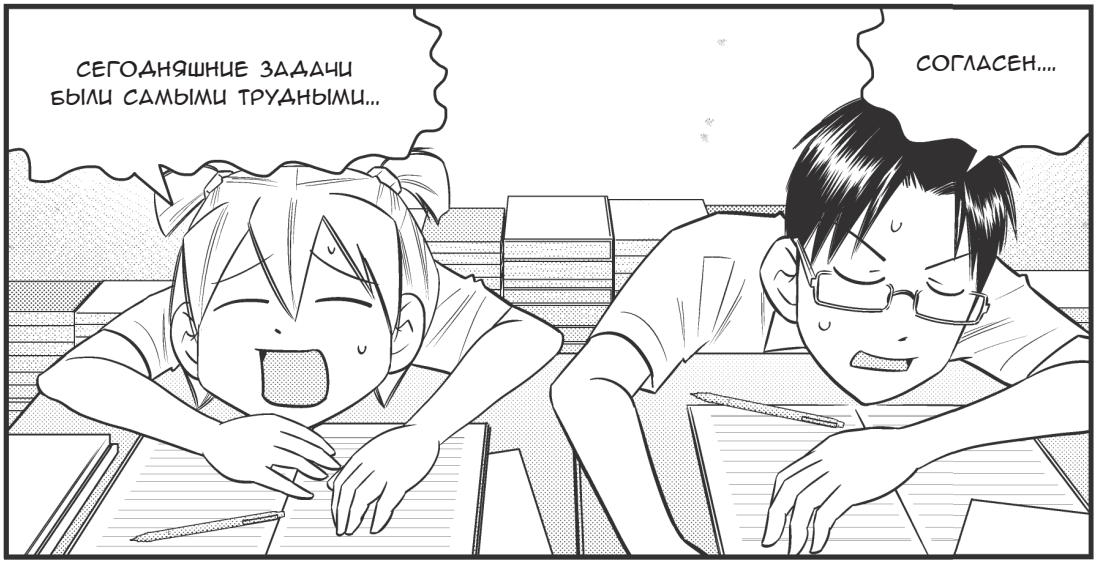
$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \frac{M_B}{Z} = \frac{M_B}{\left(\frac{\pi D^3}{32}\right)}.$$

Ну, теперь вы поняли сходство и различия между задачами на кручение и изгиб?
Тут одинаково используются дифференциалы, но окончательные коэффициенты в формулах оказались разными.

В задаче кручения I_P (полярный момент инерции сечения), а в задачах на изгиб – I (момент инерции сечения).

Кстати, слово «полярный» обозначает «относительно центральной оси». Вспомните распределение напряжений. Напряжение при кручении действует **на все сечения балки** относительно общей для всех сечений оси, и это важно. С другой стороны, напряжение изгиба действует на расстоянии от центральной оси каждого сечения, направленной поперек направления изгиба. Иными словами, момент инерции полярного сечения I_P надо использовать, когда в задаче есть общая ось вращения для всех сечений.
Расчеты напряжений, которые мы сегодня прошли, являются важной частью сопромата. Если понять способ получения конечной формулы, расчет становится не таким уж и сложным. Кроме того, формулы (17) и (11) носят названия **формула напряжения при изгибе** и **формула напряжения при кручении** соответственно. Они приведены ниже, запомните их, пожалуйста.

$\sigma = \frac{M_B}{I} y$	Напряжение изгиба = $\frac{\text{Момент изгиба} \times \text{Расстояние от центральной плоскости}}{\text{Момент инерции сечения}}$
$\tau = \frac{M_T}{I_P} r$	Напряжение кручения = $\frac{\text{Напряжение кручения} \times \text{Расстояние от центра}}{\text{Полярный момент инерции сечения}}$

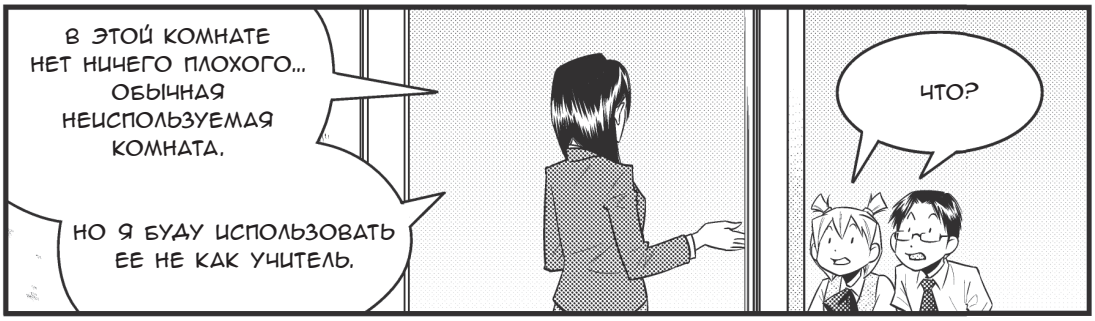

СЕГОДНЯШНИЕ ЗАДАЧИ БЫЛИ САМЫМИ ТРУДНЫМИ...
СОГЛАСЕН....

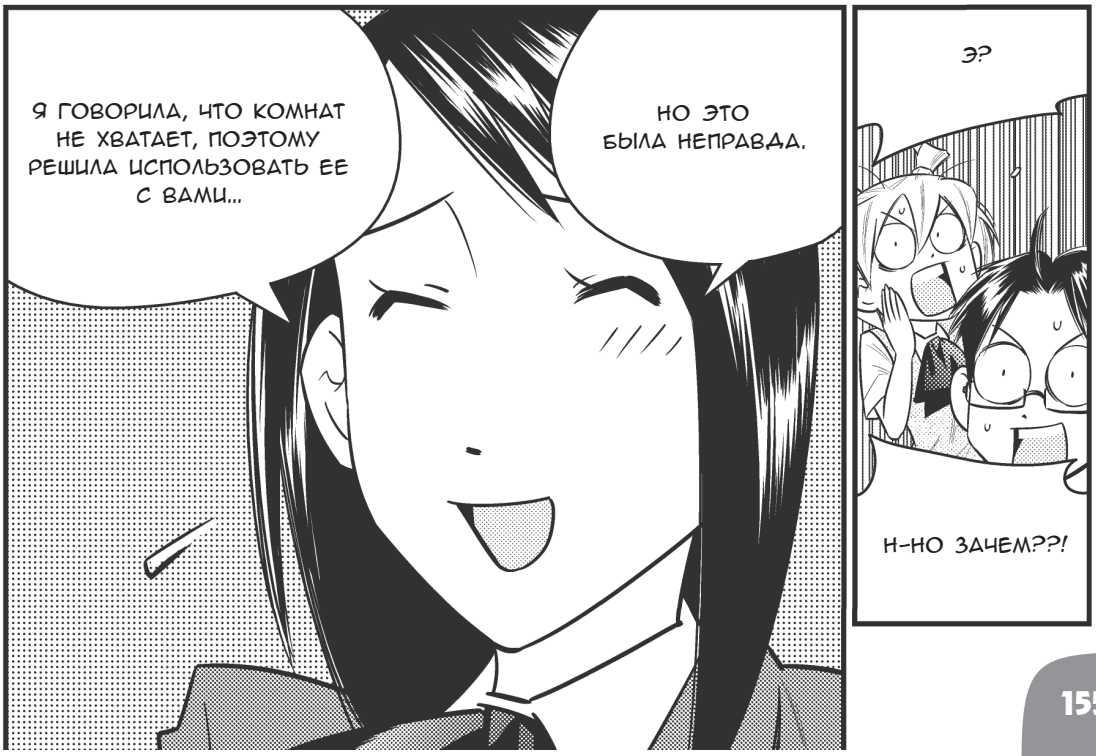
НА СЕГОДНЯ ВСЕ.
А ЧТО ЭТО БЫЛО ЗА ПИСЬМО?
А И ПРАВДА?

НА САМОМ ДЕЛЕ
МЫ С ВАМИ ВСЕ ВМЕСТЕ ДЕЛИМ ОДИН КЛАСС, НО В ЭТОЙ ШКОЛЕ ЕСТЬ НЕСКОЛЬКО ВАКАНТНЫХ КОМНАТ.

И НИСИМОТО-КУН НАШЕЛ ОДНУ ТАКУЮ.
ДА ЛАДНО?
ДА, НАШЕЛ...

А ПОЧЕМУ ЕЕ НЕ ИСПОЛЬЗУЮТ?
НУ, МОЖЕТ БЫТЬ...
ТАМ ЖАРКО ВЕЧЕРОМ!.. ИЛИ ПРИЗРАК.
ЖАРКО ВЕЧЕРОМ
ПРИЗРАК?


В ЭТОЙ КОМНАТЕ НЕТ НИЧЕГО ПЛОХОГО... ОБЫЧНАЯ НЕИСПОЛЬЗУЕМАЯ КОМНАТА.
НО Я БУДУ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ЕЕ НЕ КАК УЧИТЕЛЬ.
ЧТО?

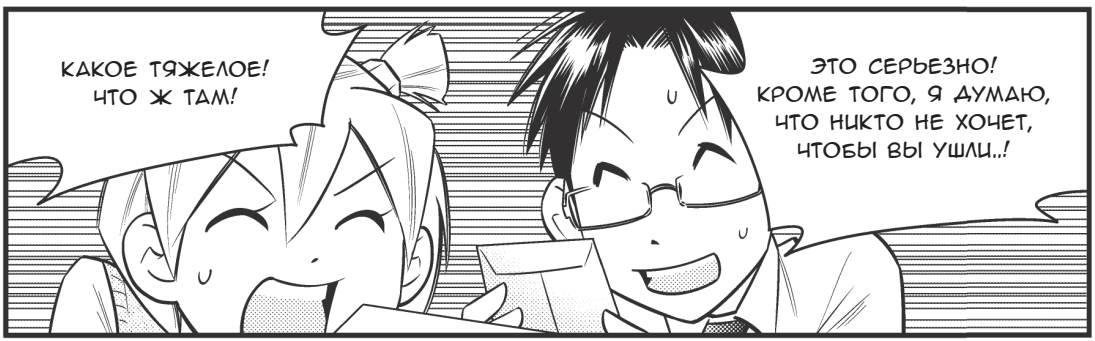

Я ГОВОРИЛА, ЧТО КОМНАТ НЕ ХВАТАЕТ, ПОЭТОМУ РЕШИЛА ИСПОЛЬЗОВАТЬ ЕЕ С ВАМИ...
НО ЭТО БЫЛА НЕПРАВДА.
Э?
Н-НО ЗАЧЕМ??!

НУ, Я ИСКАЛА ЧЕГО-ТО НОВОГО.
Я ДУМАЛА, ЧТО ЕСЛИ Я БУДУ ДЕЛИТЬ КОМНАТУ С КАКИМ-ТО ДРУГИМ КРУЖКОМ, ТО ПОЯВИТСЯ ЧТО-ТО НОВОЕ И ДАЖЕ ИНТЕРЕСНОЕ...
7
7

ТАКОВ БЫЛ МОЙ ХИТРЫЙ ПЛАН.
ВСЕ ЭТО ВЫШЛО СОВЕРШЕННО СЛУЧАЙНО, И Я РАДА, ЧТО МОГЛА ПОДЕЛИТЬСЯ С ВАМИ ЗНАНИЯМИ О СОПРОМАТЕ.
НО НА САМОМ ДЕЛЕ Я ПРОСТО ВРУНИШКА.

НО ТЕПЕРЬ ВЫ ЗНАЕТЕ, ЧТО ЭТО НЕПРАВДА, И ПОЭТОМУ Я РЕШИЛА СДЕЛАТЬ ВАМ ПОДАРОК.
Заявление об увольнении председателя клуба
В знак извинения
ШЛЕП!

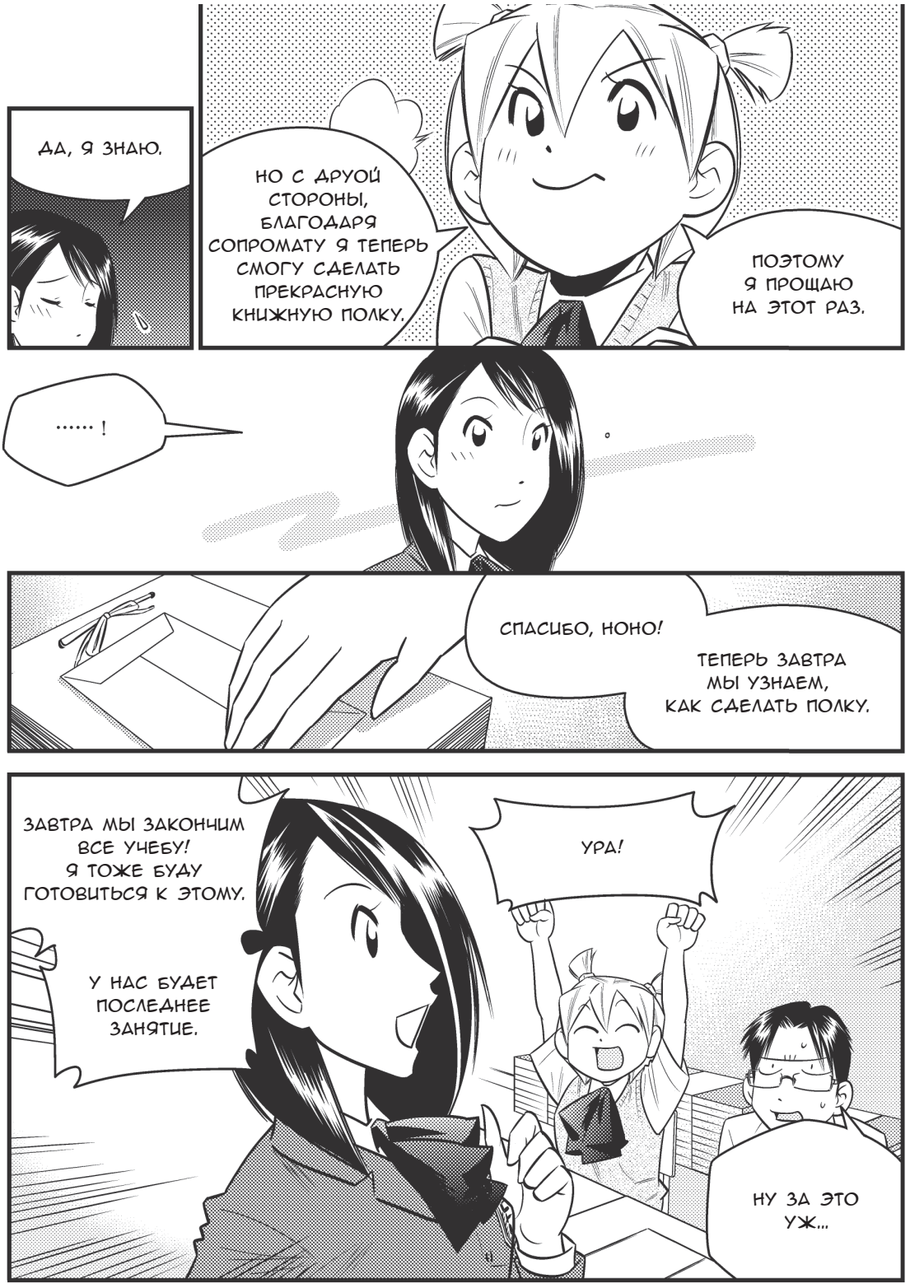
ЧТО-О-О-О-О-О-О?
УВЫ...


КАКОЕ ТЯЖЕЛОЕ! ЧТО Ж ТАМ!
ЭТО СЕРЬЕЗНО! КРОМЕ ТОГО, Я ДУМАЮ, ЧТО НИКТО НЕ ХОЧЕТ, ЧТОБЫ ВЫ УШЛИ..!

ВЫ МЕНЯ ПРОЩАЕТЕ?

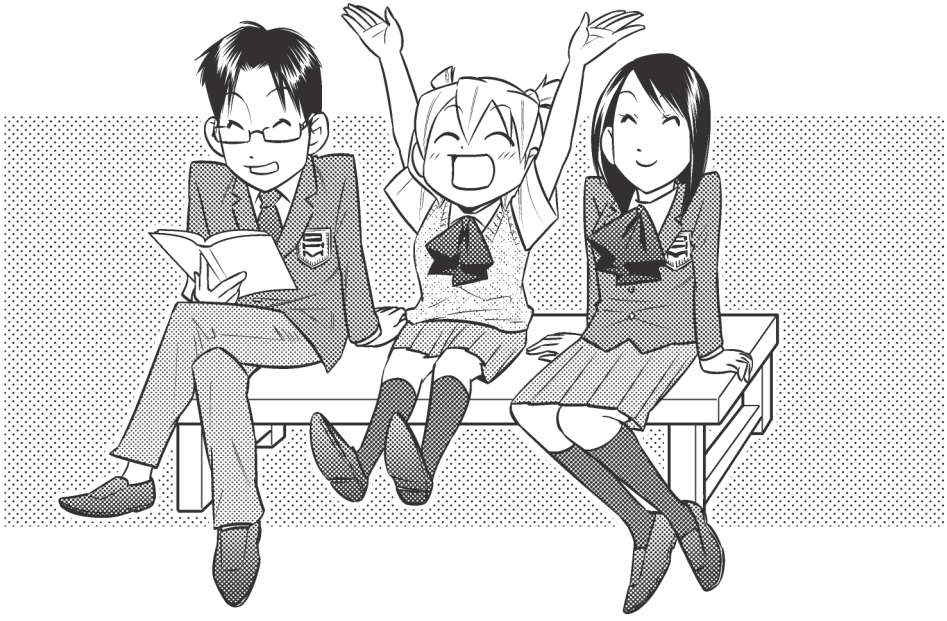
ВСЕ В ПОРЯДКЕ...
.....
Я ВООБЩЕ-ТО ХОТЕЛ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ЭТУ КОМНАТУ, ЧТОБЫ ЧИТАТЬ ТАМ КНИГИ, ТАЙНО.

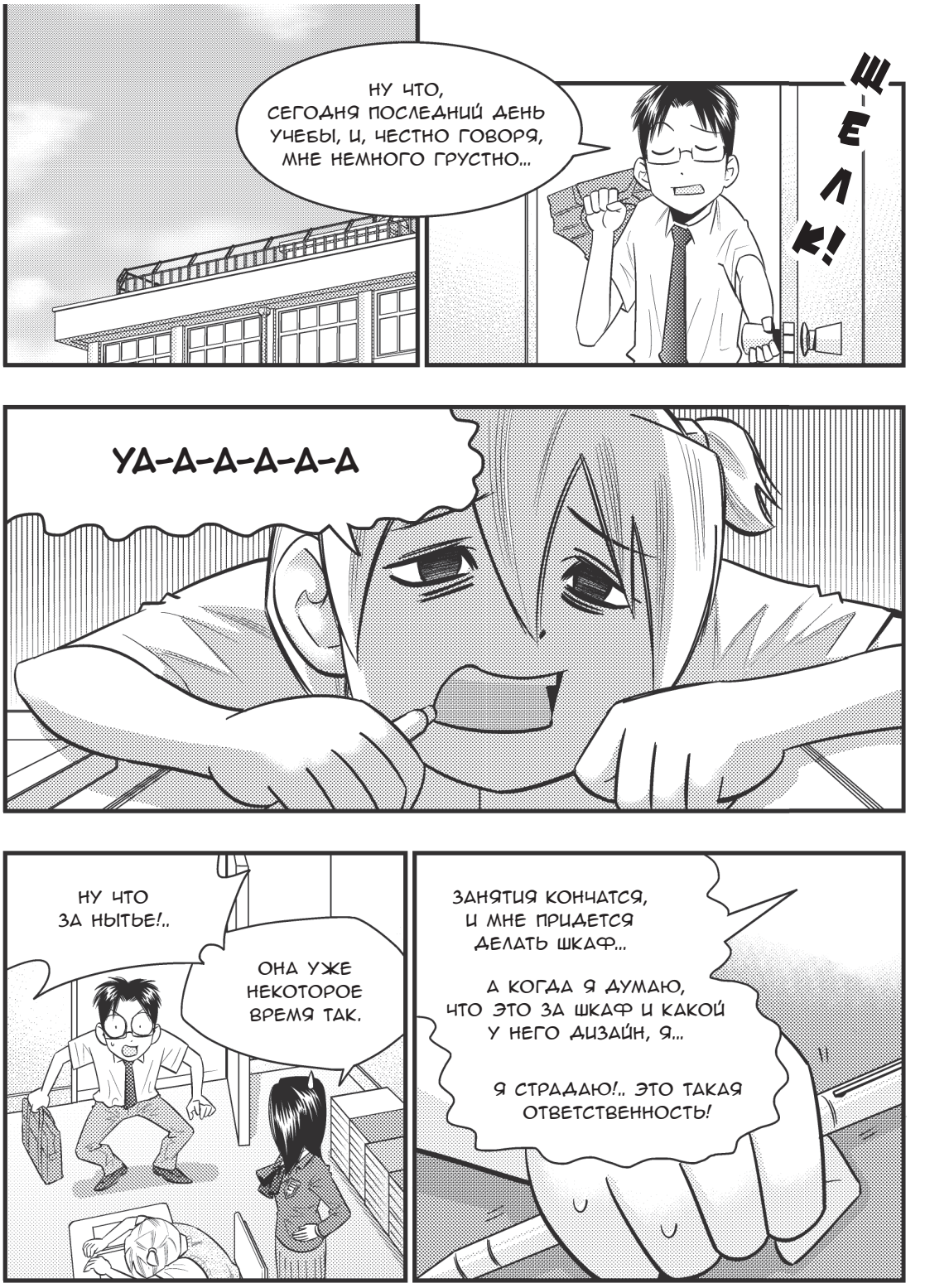
Я НЕ ПРОЩАЮ!
ОБМАНЫВАТЬ НЕХОРОШО!

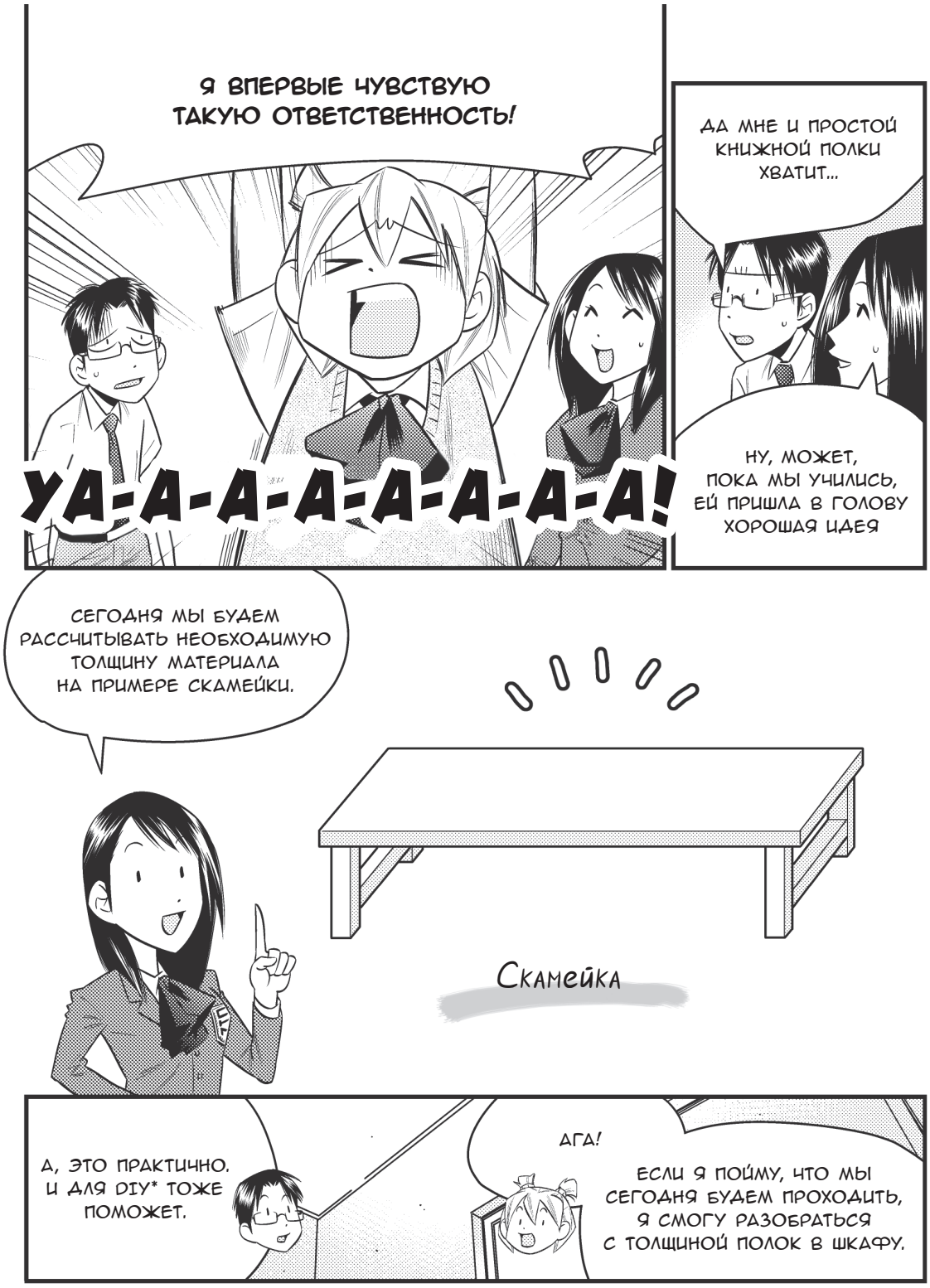

ДА, Я ЗНАЮ.
НО С ДРУОЙ СТОРОНЫ, БЛАГОДАРЯ СОПРОМАТУ Я ТЕПЕРЬ СМОГУ СДЕЛАТЬ ПРЕКРАСНУЮ КНИЖНУЮ ПОЛКУ.
ПОЭТОМУ Я ПРОЩАЮ НА ЭТОТ РАЗ.
..... !
СПАСИБО, НОНО!
ТЕПЕРЬ ЗАВТРА МЫ УЗНАЕМ, КАК СДЕЛАТЬ ПОЛКУ.
ЗАВТРА МЫ ЗАКОНЧИМ ВСЕ УЧЕБУ! Я ТОЖЕ БУДУ ГОТОВИТЬСЯ К ЭТОМУ.
У НАС БУДЕТ ПОСЛЕДНЕЕ ЗАНЯТИЕ.
УРА!
НУ ЗА ЭТО УЖ...

ГЛАВА 6

ПРИМЕНЕНИЕ СОПРОМАТА

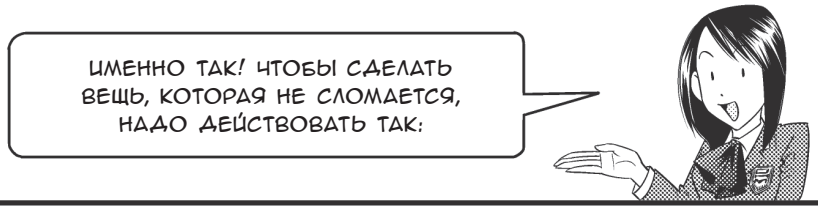



НУ ЧТО,
СЕГОДНЯ ПОСЛЕДНИЙ ДЕНЬ
УЧЕБЫ, И, ЧЕСТНО ГОВОРЯ,
МНЕ НЕМНОГО ГРУСТНО...
ЩЕЛК!
УА-А-А-А-А-А
НУ ЧТО
ЗА НЫТЬЕ!..
ОНА УЖЕ
НЕКОТОРОЕ
ВРЕМЯ ТАК.
ЗАНЯТИЯ КОНЧАТСЯ,
И МНЕ ПРИДЕТСЯ
ДЕЛАТЬ ШКАФ...
А КОГДА Я ДУМАЮ,
ЧТО ЭТО ЗА ШКАФ И КАКОЙ
У НЕГО ДИЗАЙН, Я...
Я СТРАДАЮ!.. ЭТО ТАКАЯ
ОТВЕТСТВЕННОСТЬ!



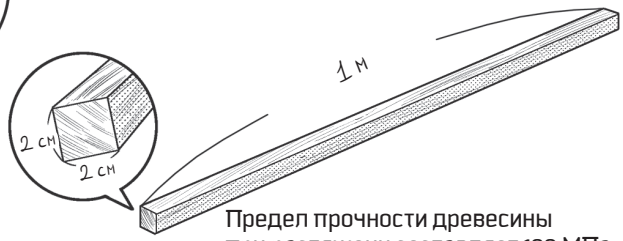
* DIY – Do it yourself (сделай сам).

Не поломаешь — не поймешь (процесс изготовления прочной вещи)



Шаг 1	Определить силы, которые возникают при различных условиях.
↓	
Шаг 2	Рассчитать напряжение, которое возникает при воздействии этих сил.
↓	
Шаг 3	Сравнить расчитанные максимальные напряжения с прочностью материала (надо помнить, что напряжение должно быть меньше предела прочности, чтобы вещь не сломалась).

НАПРИМЕР, ДЕРЕВЯННАЯ БАЛКА ДЛИНОЙ 1 М И ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ 2 СМ НА 2 СМ ИМЕЕТ ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ 100 МПА.

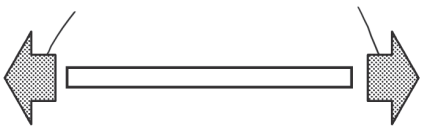


Предел прочности древесины при растяжении составляет 100 МПа

ИЗ ЭТОГО МОЖНО СДЕЛАТЬ ВЫВОД, ЧТО ЭТА БАЛКА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ МОЖЕТ ВЫДЕРЖАТЬ ВНЕШНЮЮ СИЛУ В 40 000 Н (ПРИМЕРНО 4 ТС), НО ПРИ ИЗГИБЕ ОНА МОЖЕТ ВЫДЕРЖАТЬ ВНЕШНЮЮ СИЛУ В 533 Н (ПРИМЕРНО 54 КГС). (СПОСОБ РАСЧЕТА ПРИВЕДЕН НА СЛЕДУЮЩЕЙ СТРАНИЦЕ.)

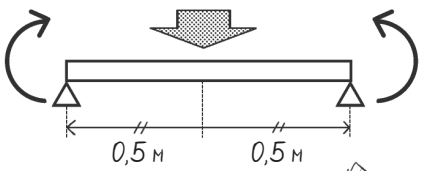
Растяжение

40 000 Н (примерно 4 тс)



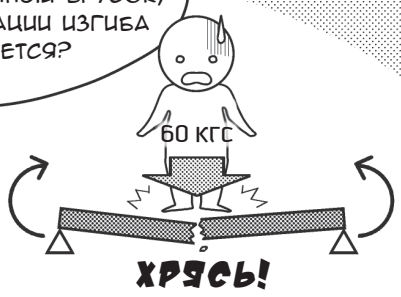
Изгиб

533 Н (примерно 54 кгс)



ОГО! РАЗНИЦА В 70 РАЗ!

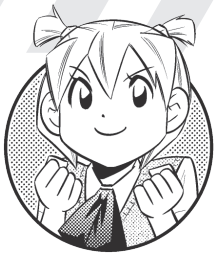
ТО ЕСТЬ ЕСЛИ ЧЕЛОВЕК ВЕСОМ В 60 КГ СЯДЕТ НА ЭТОТ ДЕРЕВЯННЫЙ БРУСОК, ТО ОТ ДЕФОРМАЦИИ ИЗГИБА ОН СЛОМАЕТСЯ?



ТЕПЕРЬ МНЕ ЯСНО, ЧТО НАДО ПРОВОДИТЬ РАСЧЕТЫ ДО ТОГО, КАК ЧТО-ТО СЛОМАЕТСЯ.

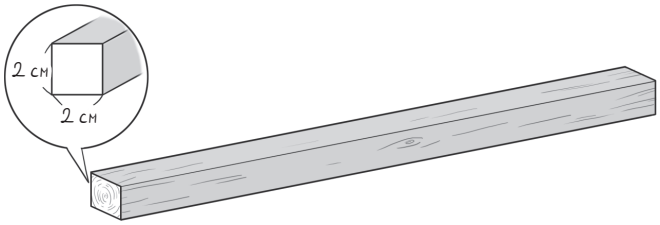
ИМЕННО! НУ ВОТ ТЕПЕРЬ МЫ МОЖЕМ ОПРОБОВАТЬ НА ПРАКТИКЕ ВСЕ, ЧТО ВЫУЧИЛИ, И ПЕРЕЙТИ К КОНКРЕТНЫМ РАСЧЕТАМ!

Напряжение в бруске с квадратным поперечным сечением



Недавно учитель Одзэ привела конкретные цифры: балка при растяжении может выдержать внешнюю силу в 40 000 Н (примерно 4 тс), но при деформации изгиба она может выдержать внешнюю силу в 533 Н (примерно 53 кгс).
Результаты таких расчетов сильно зависят также и от формы сечения. В прошлый раз (на стр. 153) мы говорили о деформации изгиба стержня с прямоугольным поперечным сечением. Так что если вы поняли эту главу, то все будет просто!

Сейчас мы будем рассчитывать напряжение в бруске при деформации растяжения и изгиба, как на рисунке ниже.



У этого деревянного бруска квадратное сечение 2×2 см и предел прочности 100 МПа.

Сначала представим деформацию растяжения. При растяжении стержня на рисунке ниже сколько он может выдержать?

Площадь поперечного сечения составит $0{,}02 \times 0{,}02$ м = 0,0004 м^2. Прочность поперечного сечения (прочность на площадь сечения) составит

$$100 \text{ МПа} \times 0{,}0004 \text{ м}^2 = 40\,000 \text{ Н}.$$

Другими словами, эта балка может выдержать внешнюю силу около 4 тонн. Вы видите, она и правда может выдержать значительную силу.

Напряжение < Предела прочности.

А теперь надо использовать формулу

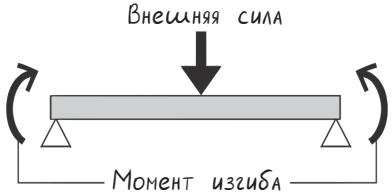
Внешняя сила < Прочности сечения

(Прочность × Площадь поперечного сечения)

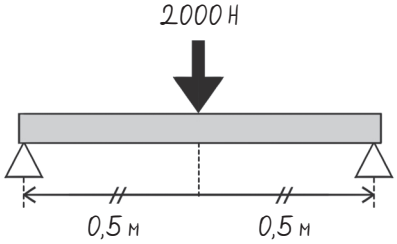
и найти **внешнюю силу** и **прочность всего сечения**.

Ага. Если Па = Н/м^2, то и 100 МПа × 0,0004 м^2 = 40 000 Н хватит.

А теперь рассмотрим случай деформации изгиба, как на рисунке ниже.

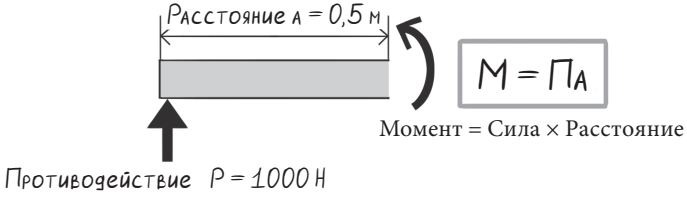


Этот расчет несколько сложнее. Прежде всего определим приложенную к центру бруска внешнюю силу в 2000 Н. Расстояние между точками опоры составляет 1 м.



Затем, как показано на рисунке ниже, сила реакции составит 1000 Н – половину внешней силы, не так ли?

Следовательно, момент изгиба, который будет работать в середине стержня, составит 1000 Н × 0,5 м = 500 Нм.



Момент изгиба

Я понял, что такое момент...
Но нам ведь нужно найти напряжение, так?

А теперь я хочу, чтобы вы вспомнили формулу напряжения изгиба! (См. стр. 151.) С ее помощью вы можете рассчитать напряжение при изгибной нагрузке.

$\sigma = \frac{M_B}{I} y$	Напряжение изгиба = $\frac{\text{Момент изгиба} \times \text{Расстояние от центральной плоскости}}{\text{Момент инерции сечения}}$

Конечно, было такое выражение!
Хорошо, если это так, мы будем искать напряжение.

Однако есть два пункта, на которые я хочу обратить ваше внимание.

1. Момент инерции сечения *I* зависит от формы поперечного сечения.
2. Чтобы найти максимальное напряжение изгиба, надо, чтобы расстояние *y* равнялось **половине высоты стержня***.

Если вы помните предыдущие главы, то вы поймете, почему. Понятно?

* Для точности: это **расстояние от нейтральной плоскости до самой дальней точки сечения**.

Первый пункт я поняла!
Площадь сечения этого бруска 2 × 2 см.
Поскольку квадрат также является прямоугольником, мы можем использовать *I* для прямоугольника.

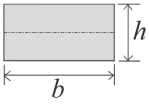
Я также понял второй пункт.
Чтобы сделать вещь, которая не сломается, нам нужно найти **максимальное напряжение изгиба**.
А оно максимальное, когда *y* достигает своего максимального значения. Так как сечение квадратное, *y* принимает максимальное значение, когда *y* равно **половине высоты бруска**.

Все так! Если вы это поняли, то все в порядке.
Кстати, единица измерения момента – это Н·м (ньютон·метр).
Единицей момента инерции сечения является м^4.
Давайте-ка продолжим.

Итак, момент равен 500 Н·м.

Так как высота сечения стержня составляет 2 см, **половина высоты** составляет 0,01 м.

Значение *I* для сечения прямоугольной формы было рассчитано в главе 5.

Прямоугольное сечение	Момент инерции сечения *I*
	$\frac{bh^3}{12}$

В приложении (стр. 205) приведены значения момента инерции сечения.

Величина *I* равна (длина стороны = 0,02 м) $^4/_{12} = 0{,}000000013$ (м^4) $= 1{,}33 \times 10^{-8}$ (м^4). Вычислим, подставив эти значения в формулу.

$$\sigma = \frac{M_B}{I} \times \text{половина высоты}.$$

В результате расчета напряжение (максимальное напряжение изгиба) составляет 375 МПа.

Это значение намного превышает прочность древесины 100 МПа. Другими словами, при внешней силе 2000 Н брусок сломается при деформации изгиба.

Давайте попробуем рассчитать внешнюю силу, чтобы максимальное напряжение составляло 100 МПа.

Такая сила составит 533 Н. Другими словами, внешняя сила, которую может выдерживать этот брусок, – 533 Н.

Если вы запомнили эту процедуру, вы можете найти максимальное напряжение и сравнить его с прочностью бруска, чтобы увидеть, сломается ли он или нет.
Если вы измените формулу, то вам станет ясно, какую силу может выдержать данный материал.

Плюхнуться на скамейку (сила удара)

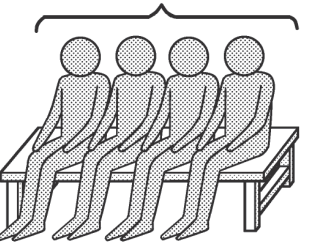
ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПРЕДСТАВИМ СЕБЕ СКАМЕЙКУ.

КАКОВЫ ДОЛЖНЫ БЫТЬ ШИРИНА И ВЫСОТА СКАМЕЙКИ НА ЧЕТВЕРЫХ? ПРОЧНОСТЬ МАТЕРИАЛА РАВНА 100 МПА, КАК В ТОТ РАЗ.

АГА, НАДО НАЙТИ ТОЛЩИНУ СИДЕНЬЯ, ЧТОБЫ СКАМЕЙКА НЕ СЛОМАЛАСЬ.

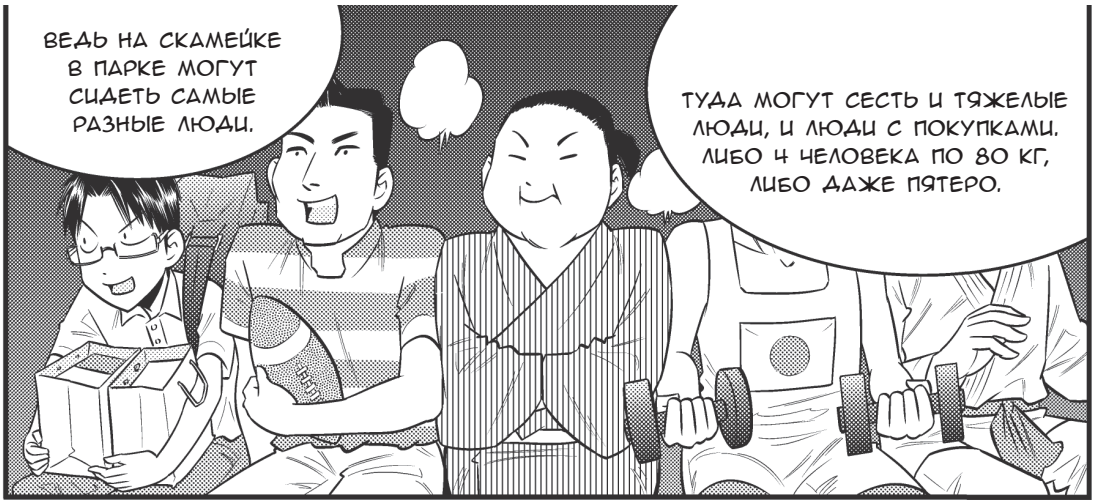
НУ ЧТО, НИСИМОТО-КУН, КАКОЙ ВЕС ДОЛЖНА ВЫДЕРЖИВАТЬ СКАМЕЙКА?

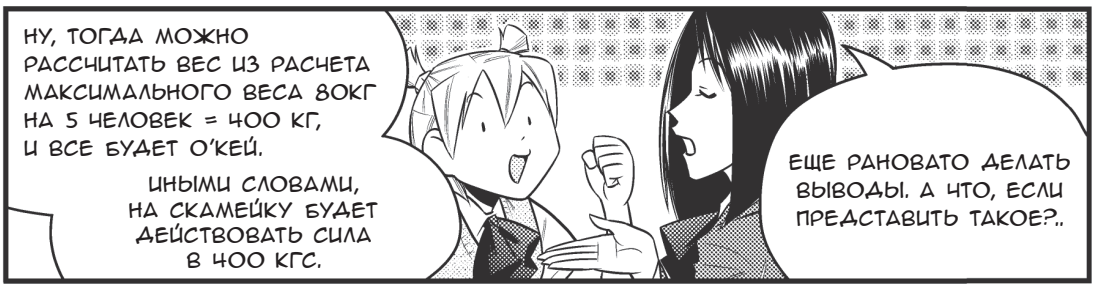
НУ... ЕСЛИ ВЕС ОДНОГО ЧЕЛОВЕКА ПРИМЕРНО 60КГ, ТО 60 КГ НА 4 = 240 КГ.

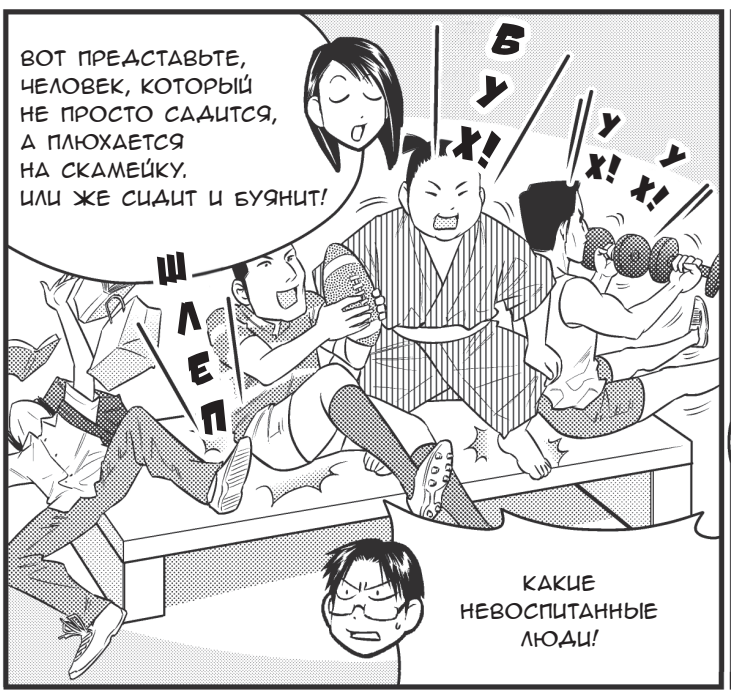


ЕСЛИ ДУМАТЬ ПРОСТО, ТО ТАК И ЕСТЬ.

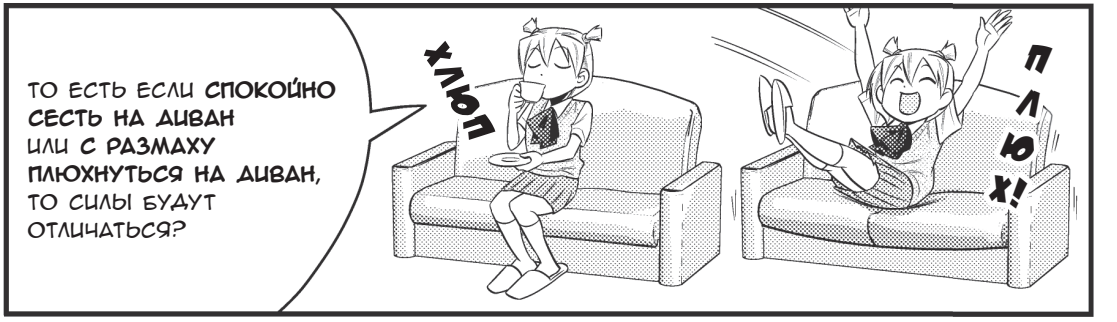
ОДНАКО НА ПРАКТИКЕ НАДО УЧИТЫВАТЬ САМЫЕ РАЗНЫЕ ВЕЩИ.


ВЕДЬ НА СКАМЕЙКЕ В ПАРКЕ МОГУТ СИДЕТЬ САМЫЕ РАЗНЫЕ ЛЮДИ.
ТУДА МОГУТ СЕСТЬ И ТЯЖЕЛЫЕ ЛЮДИ, И ЛЮДИ С ПОКУПКАМИ. ЛИБО 4 ЧЕЛОВЕКА ПО 80 КГ, ЛИБО ДАЖЕ ПЯТЕРО.

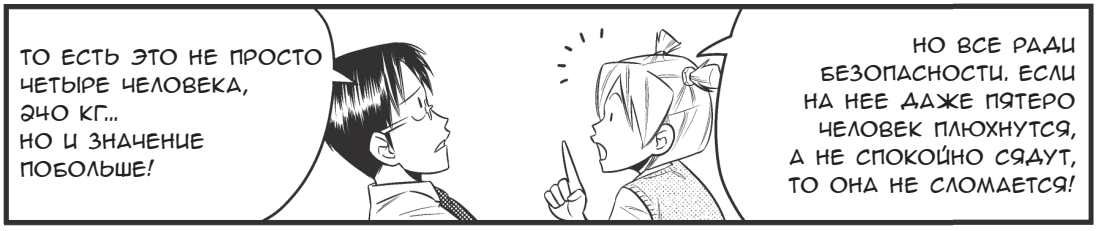

НУ, ТОГДА МОЖНО РАССЧИТАТЬ ВЕС ИЗ РАСЧЕТА МАКСИМАЛЬНОГО ВЕСА 80КГ НА 5 ЧЕЛОВЕК = 400 КГ, И ВСЕ БУДЕТ О'КЕЙ.
ИНЫМИ СЛОВАМИ, НА СКАМЕЙКУ БУДЕТ ДЕЙСТВОВАТЬ СИЛА В 400 КГС.
ЕЩЕ РАНОВАТО ДЕЛАТЬ ВЫВОДЫ. А ЧТО, ЕСЛИ ПРЕДСТАВИТЬ ТАКОЕ?..


ВОТ ПРЕДСТАВЬТЕ, ЧЕЛОВЕК, КОТОРЫЙ НЕ ПРОСТО САДИТСЯ, А ПЛЮХАЕТСЯ НА СКАМЕЙКУ. ИЛИ ЖЕ СИДИТ И БУЯНИТ!
Б У Х!
У Х!
У Х!
ШЛЕП
КАКИЕ НЕВОСПИТАННЫЕ ЛЮДИ!

ПРИ ТАКИХ ДЕЙСТВИЯХ ВОЗНИКАЕТ **СИЛА УДАРА**, КОТОРАЯ МОМЕНТАЛЬНО УВЕЛИЧИВАЕТ ПРИЛОЖЕННУЮ К СКАМЕЙКЕ СИЛУ.
СИЛА УДАРА РАЗЛИЧАЕТСЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСЛОВИЙ, НО ОНА МОЖЕТ УВЕЛИЧИТЬ НАГРУЗКУ НА СКАМЕЙКУ В НЕСКОЛЬКО РАЗ.


ТО ЕСТЬ ЕСЛИ СПОКОЙНО СЕСТЬ НА ДИВАН ИЛИ С РАЗМАХУ ПЛЮХНУТЬСЯ НА ДИВАН, ТО СИЛЫ БУДУТ ОТЛИЧАТЬСЯ?
ХЛЮП
ПЛЮХ!

ДА, И РАЗ НЕЛЬЗЯ ТОЧНО ПРЕДУГАДАТЬ СИЛУ, ДЕЙСТВУЮЩУЮ НА КОНСТРУКЦИЮ, ОБЫЧНО ЕЕ ЗНАЧЕНИЕ УВЕЛИЧИВАЮТ В ДВА РАЗА, ПО СРАВНЕНИЮ С НОРМАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПРИМЕНЕНИЯ.
ИНЫМИ СЛОВАМИ, К СКАМЕЙКЕ МОЖЕТ БЫТЬ ПРИЛОЖЕНА СИЛА В 800 КГС, ИЛИ ЖЕ ПРИМЕРНО 8000 Н.
Примерно 8000 Н


ТО ЕСТЬ ЭТО НЕ ПРОСТО ЧЕТЫРЕ ЧЕЛОВЕКА, 240 КГ... НО И ЗНАЧЕНИЕ ПОБОЛЬШЕ!
НО ВСЕ РАДИ БЕЗОПАСНОСТИ. ЕСЛИ НА НЕЕ ДАЖЕ ПЯТЕРО ЧЕЛОВЕК ПЛЮХНУТСЯ, А НЕ СПОКОЙНО СЯДУТ, ТО ОНА НЕ СЛОМАЕТСЯ!

ИМЕННО!
КОГДА ТАК УВЕЛИЧИВАЮТ ЗАКЛАДЫВАЕМОЕ НАПРЯЖЕНИЕ И ПРИЛОЖЕННЫЕ СИЛЫ, СЧИТАЕТСЯ, ЧТО ДЕЙСТВУЕТ ПРИНЦИП ЗАПАСА ПРОЧНОСТИ.
ЗАПАС ПРОЧНОСТИ

ТЕПЕРЬ, КОГДА ИЗВЕСТНА ПРИКЛАДЫВАЕМАЯ СИЛА, НАДО РАССЧИТАТЬ НАПРЯЖЕНИЕ, А ПОТОМ – ТРЕБУЕМУЮ ТОЛЩИНУ ДОСКИ.
ДА! Я РАССКАЖУ О РЕЗУЛЬТАТАХ ПОДСЧЕТА, А ПОТОМ – КАК СЧИТАТЬ.

В случае если 4 человека сядут на скамейку, при внешней силе в 8000 Н толщина доски должна составлять 2,7 см.

2,7 см

О! Очень конкретно. Можно сразу идти в магазин покупать фанеру.

Конечно, эта необходимая толщина зависит от условий...

Если скамейка будет не для четверых, а для троих, то внешняя сила и длина скамейки уменьшатся, а толщина листа может составить 2,1 см.

2,1 см

А если в скамейку для четырех посередине поставить дополнительную опору, то толщина сиденья может даже составить 1,8 см.

1,8 см

1,2 м

1,2 м

Если толстая фанера слишком дорогая, можно купить потоньше и увеличить количество опор.

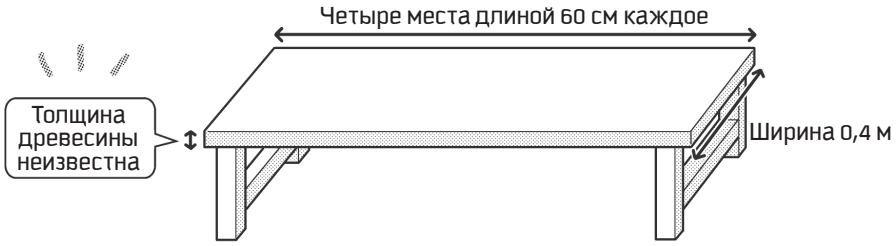
С такими расчетами можно экономно делать скамейки и прочий DIY.

Теперь узнаем о способах расчета.

Расчет толщины скамейки

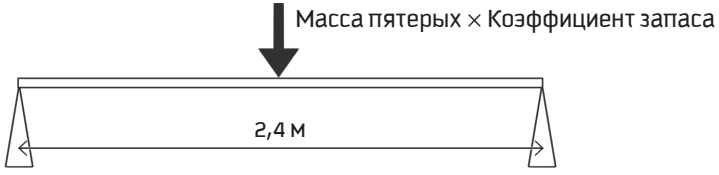
Ну что, пришло время рассчитать толщину скамейки. Тут важен и момент инерции сечения *I*. Форма сечения – прямоугольная.
При расчетах необходимо обращать внимание на форму поперечного сечения **сиденья** скамейки.

Давайте вычислим толщину скамьи. Прочность древесины предполагается равной 100 МПа.



Скамейка на четверых

Прежде всего рассмотрим четырехместную скамейку, показанную на рисунке ниже.



Внешняя сила, приложенная к четырехместной скамейке, составит:

80 кг × 5 = 400 кг × 2 (Коэффициент запаса) = 800 кгс = около 8000 Н.

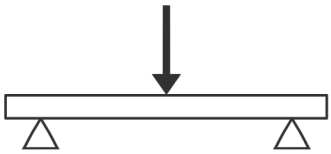
Поскольку довольно трудно точно вычислить момент, будем действовать просто, как в предыдущей задаче на изгиб деревянного бруска. Пусть сила будет приложена к центру скамейки. (На самом деле это еще больше увеличивает коэффициент запаса, поскольку сосредоточенная в центре сила в 8 тс эквивалентна распределенной нагрузке примерно в 11 тс. Любой наверняка наблюдал, что если на опертую с двух сторон доску встать в центре, она прогибается сильнее.)

Если считать, что сила приложена к центру, с обеих сторон будет действовать сила противодействия 8000 Н / 2 = 4000 Н, а плечо рычага составит 2,4 м / 2 = 1,2 м.

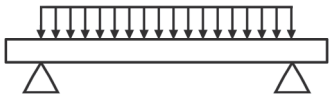
В результате расчета момент составит 4000 Н × 1,2 м = 4800 Нм.

При таком расчете значение изгибающего момента будет больше предполагаемого при равномерно распределенной нагрузке.

Существует несколько видов воздействия внешней силы (нагрузки).
Если внешняя сила приложена к одной точке, то это **сосредоточенная нагрузка**, а если она распределена равномерно, то это **распределенная нагрузка**.



Концентрированная нагрузка



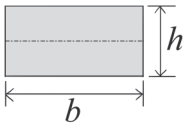
Распределенная нагрузка

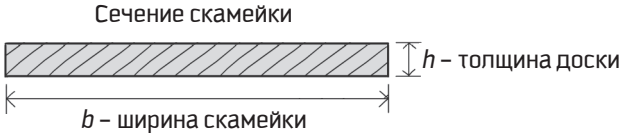
Что касается скамейки, то будем считать нагрузку **сосредоточенной**. Сосредоточенную нагрузку рассчитать легче, и поскольку рассчитанный нами в таком случае момент будет больше настоящего, это будет соответствовать **дополнительному коэффициенту запаса**.

Изгиб при сосредоточенной нагрузке рассчитывается так же, как в задаче раньше. Как только вы находите момент, вы подставляете его в формулу для напряжения.

Именно. Однако надо обращать внимание на форму поперечного сечения. Кроме того, нам надо узнать **толщину пластины**, и поэтому будем разрешать формулу относительно нее.

При прямоугольном сечении:

	Момент инерции сечения I
	$\frac{bh^3}{12}$



Поскольку поперечное сечение скамьи представляет собой прямоугольник, момент инерции сечения $I = (b \times h)^3/12$.

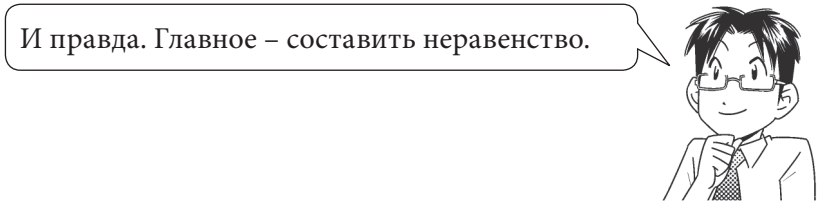
А теперь составим неравенство:

Напряжение (Максимальное напряжение изгиба) < Прочность древесины.

Если это неравенство выполняется, скамейка не сломается.

Используя формулу момента изгиба, получим:

$$\sigma = \frac{\text{Момент}}{\text{Момент инерции сечения}} \times \text{Половина высоты} < \frac{\text{Предел прочности}}{\text{древесины.}} \quad (1)$$



Разрешая уравнение для толщины h сиденья, мы предполагаем, что момент инерции сечения $I = (b \times h)^3/12$, и получаем следующее:

$$\text{Толщина } h > \sqrt{\frac{6 \times \text{Момент}}{\text{Ширина скамейки} \times \text{Прочность древесины}}}. \quad (2)$$

После этого будет легко!
Используя конкретные числовые значения, можно найти толщину доски. Чтобы найти корень, используйте калькулятор. Кроме того, формула (2) понадобится нам для другой задачи.

Подставим числовые значения и вычислим:

- момент = 4800 Нм;
- ширина скамьи = 0,4 м;
- прочность древесины = 100 МПа (приставка М в 100 МПа составляет 10^6).

Другими словами, 100 МПа = 100×10^6 [Па] = 100×10^6 [Н/м^2]. При расчете очень важно не потерять степени, чтобы необходимая толщина скамейки не составила 0.5 метра.

Результат расчета следующий:

$$h > \sqrt{\frac{6 \times \text{Момент}}{\text{Глубина скамейки} \times \text{Прочность древесины}}} = \sqrt{\frac{6 \times 4800}{0.4 \times 100 \times 10^6}} = 0.0268 \text{ (м)}.$$

Из этого видно, что скамейка не сломается, если толщина пластины больше 2,68 см.

Ух! Отлично! Теперь у нас есть конкретные данные!
Если это доска толщиной 2,7 см, то скамейка не сломается!

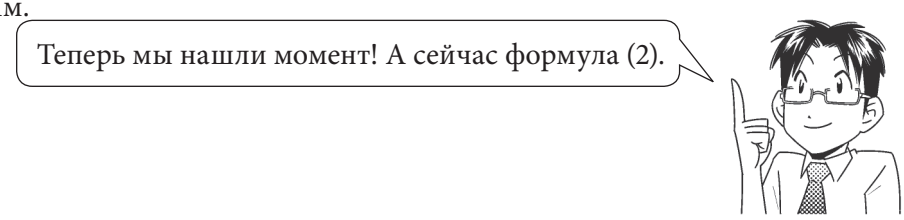
Скамейка на четверых

Теперь рассчитаем толщину для скамейки на троих.

Длина составляет 60 см × 3 человека = 1,8 м.

Внешняя сила, приложенная к трехместной скамейке, рассчитывается как Максимум 80 кг × 4 человека = 320 кг × 2 (Коэффициент запаса) = 640 кгс = около 6400 Н.

Так как сила противодействия 3200 Н × плечо рычага 0,9 м, момент силы равен 2880 Нм.

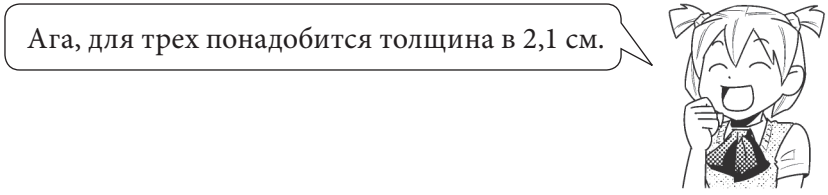


Подставим числовые значения и вычислим:

- момент = 2880 Нм;
- ширина скамьи = 0,4 м;
- прочность древесины = 100 МПа.

$$h > \sqrt{\frac{6 \times \text{Момент}}{\text{Ширина скамейки} \times \text{Прочность древесины}}} = \sqrt{\frac{6 \times 2880}{0.4 \times 100 \times 10^6}} = 0.0208 \text{ (м)}.$$

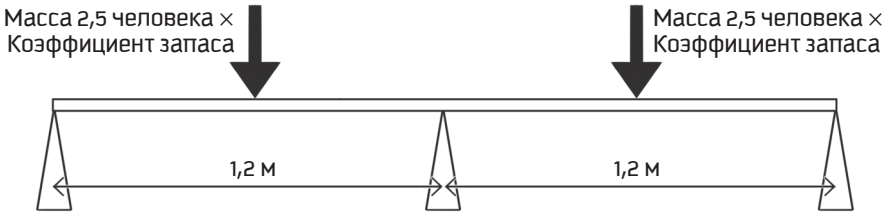
Из этого получается, что скамья не сломается, если толщина пластины больше 2,1 см.



Скамейка на четверых с дополнительной опорой

Наконец, рассмотрим случай, когда есть скамейка на четверых с тремя опорами.

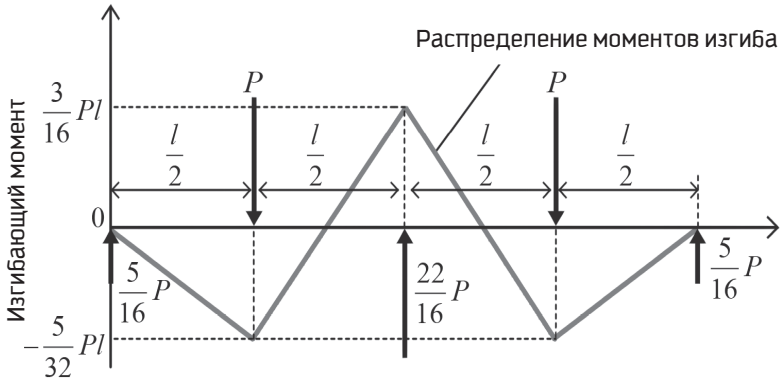
В середине появится дополнительная ножка (точка опоры), и распределение силы будет показано ниже.



На первый взгляд, это кажется легким, но расчет для балки с тремя или более точками опоры (где есть много частей, подверженных деформации изгиба), на самом деле довольно запутан. Это проблема **устойчивости**, которая требует не только знания равновесия сил, но и учета перемещений частей системы.

Для простоты предположим, что в этой задаче силы концентрируются симметрично, по центру между двумя опорами (точный расчет показан в приложении на стр. 218).

Рассчитанное распределение изгибающих моментов скамейки и сил реакции каждой опоры показано на рисунке ниже.



На левую и правую точки опоры действует направленный вниз момент изгиба. На центральную точку опоры действует момент изгиба, направленный вверх.

Знак момента выражает его направление, вниз или вверх.

Конечно, вне зависимости от направления изгиба при превышении предела прочности скамейка сломается. Для ответа на вопрос, сломается ли скамейка, необходима абсолютная величина момента.

При расчете нагрузки на левую и правую точки опоры поребуется формула

Момент M = 5/32 × Внешняя сила P × Расстояние между опорами *l*,

а при расчете нагрузки на центральную точку опоры –

Момент M = 3/16 × Внешняя сила P × Расстояние между опорами *l*.

Поскольку 5/32 (= 0,155625) < 3/16 (= 0,1875), момент, который действует на центральную точку опоры, является наибольшим. Давайте попробуем найти его.

До сих пор я думала, что скамейка гнется только вниз. Однако если есть три точки опоры, то на центральной возникает момент, который заставляет скамейку выгнуться наверх...
Но эта формула немного сложная.

Балка с тремя или более опорами называется **многопролетной балкой**, но вычисления для такой немного громоздкие.
3/16 и 5/32 для получения момента появились как раз оттуда.

Теперь возьмем еще большее значение внешней силы и рассмотрим трехопорную скамейку для шести человек. Нагрузка рассчитывается как Максимум 80 кг × 6 человек = 480 кг × 2 (коэффициент запаса) = 960 кгс = около 9600 Н.

Так как длина пролета между опорами составляет 1,2 м, момент в центральной точке опоры, который надо найти, будет равен:

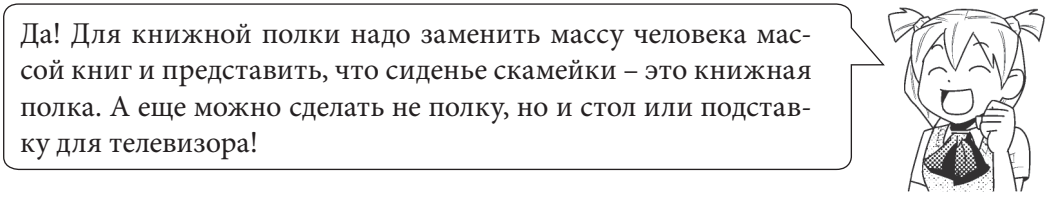
$$M = \frac{3}{16} \times 9600 \times 1{,}2 = 2160 \text{ (Н·м)}.$$

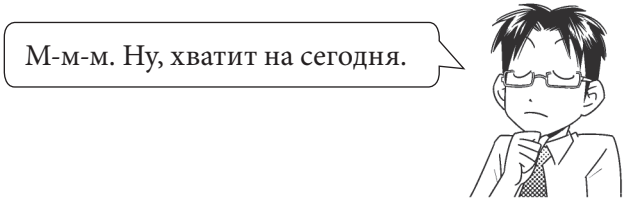
Подставим числовые значения и вычислим:

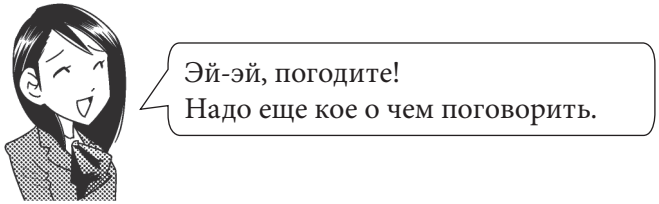
- момент = 2160 Н·м;
- ширина скамьи = 0,4 м;
- прочность древесины = 100 МПа.

$$h > \sqrt{\frac{6 \times \text{Момент}}{\text{Ширина скамейки} \times \text{Прочность древесины}}} = \sqrt{\frac{6 \times 2160}{0.4 \times 100 \times 10^6}} = 0.018 \text{ (м)}.$$

Из этого следует, что толщины сиденья 1,8 см вполне хватит. Из-за размещения ножки (опоры) в середине доска для сиденья стала намного тоньше.







Что такое жесткость? (Жесткость)

ВАЖНО, ЧТОБЫ ВЕЩИ НЕ ТОЛЬКО НЕ ЛОМАЛИСЬ, НО И НЕ ДЕФОРМИРОВАЛИСЬ.

ДА УЖ, ГНУЩИЕСЯ СКАМЕЙКИ – ЭТО НЕПРИЯТНО!

ДА-ДА.

НО ЕСЛИ ГОВОРИТЬ О ДЕТАЛЯХ МЕХАНИЗМОВ, ЭТО ЕЩЕ СЕРЬЕЗНЕЙ!

ЕСЛИ ОНИ ДЕФОРМИРУЮТСЯ, РАБОЧИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАШИНЫ СТАНОВЯТСЯ ХУЖЕ.

ДА УЖ, НАДО, ЧТОБЫ МАТЕРИАЛЫ ТРУДНО ДЕФОРМИРОВАЛИСЬ... У НИХ ДОЛЖЕН БЫТЬ ВЫСОКИЙ МОДУЛЬ ЮНГА.

ДА. ОДНАКО ХОТЯ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ МАТЕРИАЛА ИМЕЕТ ВАЖНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ, НО ФОРМА И РАЗМЕРЫ ТАКЖЕ ВАЖНЫ.

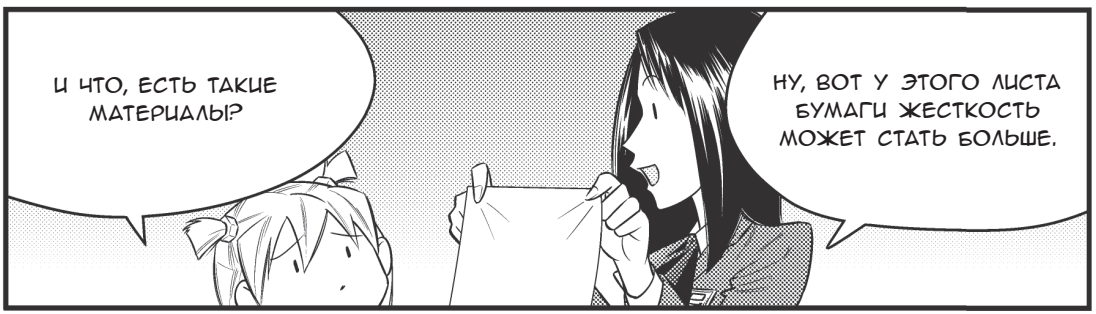
НАПРИМЕР, ДАЖЕ ТВЕРДЫЙ МЕТАЛЛ БУДЕТ ЛЕГКО ДЕФОРМИРОВАТЬСЯ, ЕСЛИ ОН ТОНКИЙ.

С ДРУГОЙ СТОРОНЫ, НОЖКИ СТУЛА СДЕЛАНЫ ИЗ ДЕРЕВА, НО ОНИ ДОСТАТОЧНО ТОЛСТЫЕ, ЧТОБЫ НЕ МОГЛИ ЛЕГКО СГИБАТЬСЯ.

ЭТА УСТОЙЧИВОСТЬ К ДЕФОРМАЦИИ НАЗЫВАЕТСЯ **ЖЕСТКОСТЬЮ**.

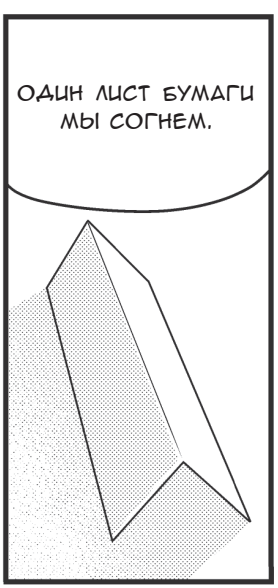
ДЕЛАЯ ЧТО-ТО, ЖЕЛАТЕЛЬНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАКСИМАЛЬНО ЛЕГКУЮ ФОРМУ, НО ВМЕСТЕ ТЕМ И С БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ!

ЖЕСТКОСТЬ


И ЧТО, ЕСТЬ ТАКИЕ МАТЕРИАЛЫ?
НУ, ВОТ У ЭТОГО ЛИСТА БУМАГИ ЖЕСТКОСТЬ МОЖЕТ СТАТЬ БОЛЬШЕ.

ЭТОТ ЛИСТ БУМАГИ ПРОСТО ПРОВИСАЕТ ПОД СОБСТВЕННОЙ ТЯЖЕСТЬЮ.
ШУРХ

ПЛОХО, ЕСЛИ ОН ЕГО УТРАТИТ И ДЕФОРМИРУЕТСЯ...
НО ЭТО НЕ ТАК.
И СЕЙЧАС Я ЭТО ПОКАЖУ.

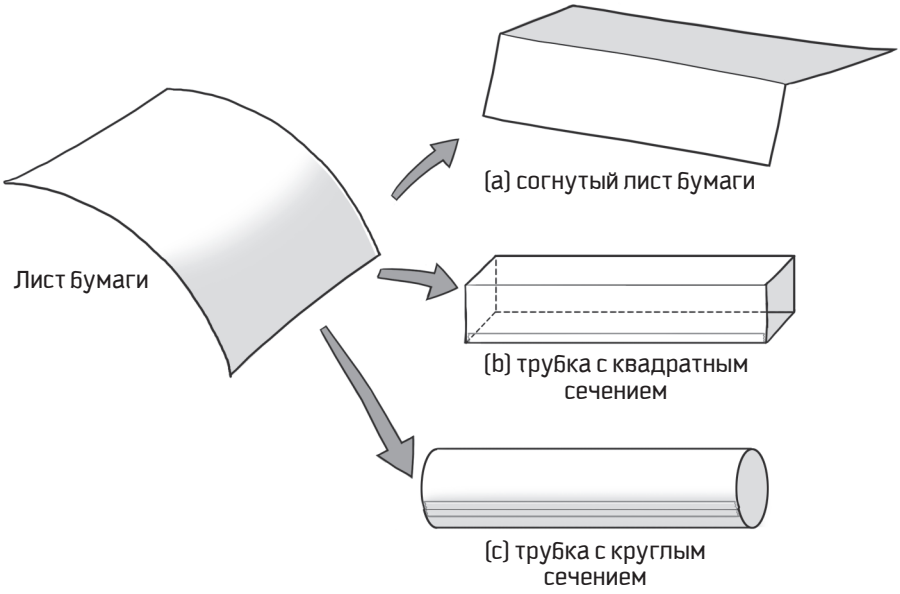

ОДИН ЛИСТ БУМАГИ МЫ СОГНЕМ.

ИЗ ВТОРОГО СДЕЛАЕМ ВОТ ТАКУЮ КВАДРАТНУЮ ТРУБОЧКУ И ЗАМОТАЕМ ЛЕНТОЙ.

ФОРМА ИЗМЕНИЛАСЬ!
ДА И ВЫГЛЯДИТ ПРОЧНО.
ДАЖЕ ЕСЛИ МАТЕРИАЛЫ ОДИНАКОВЫЕ, БЛАГОДАРЯ ТАКОМУ ТРЮКУ ОНИ ТРУДНО ДЕФОРМИРУЮТСЯ.

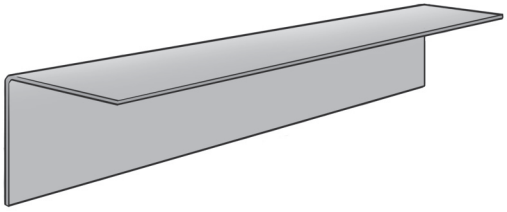
Как сделать материал жестче (потеря устойчивости)

Теперь я расскажу немного подробнее об этом трюке с формой материала.
Предположим, что мы попытались сделать три разные фигуры, как показано ниже.



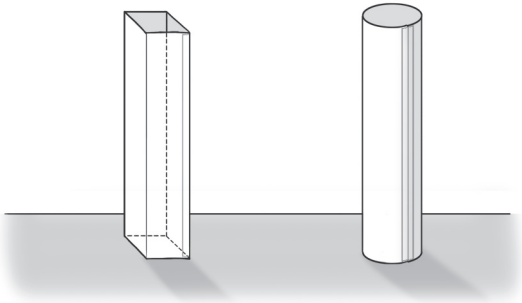
Разные фигуры из бумаги

Прежде всего согнутый лист бумаги, как на рисунке (a).
В такой форме он может сопротивляться гравитации и оставаться прямым. Это называется уголок и широко используется в конструкциях.



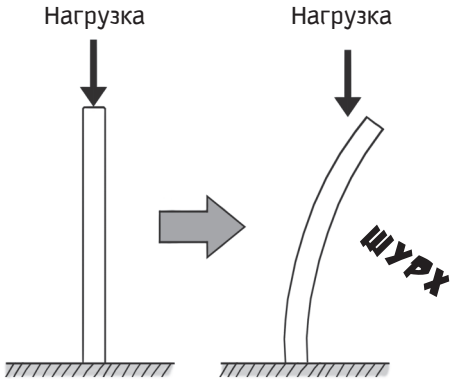
Ой... Кажется, и правда, где я их только не видела.

Можно сделать формы (a), (b) и (c). В частности, (b) и (c) – трубы прямоугольного и круглого сечений могут выдерживать вес больше собственного с малым прогибом.



О, если он в форме цилиндра, то действительно на него можно поставить что-нибудь тяжелое. Совсем непохож на первый.

Правильно. Ровный недеформированный лист бумаги складывается очень легко, и поставить на него сверху что-то очень трудно.
Когда при приложении силы сжатия более определенного значения лист будет сгибаться, а не сжиматься, такой процесс называется **потеря устойчивости**.
Тонкие листы и балки легко сгибаются при приложении даже небольшой силы сжатия.



Потеря устойчивости

Но если вы сделаете фигуры, как показано на рисунках (b) и (c), их будет трудно согнуть, и нагрузка потери устойчивости будет намного больше.

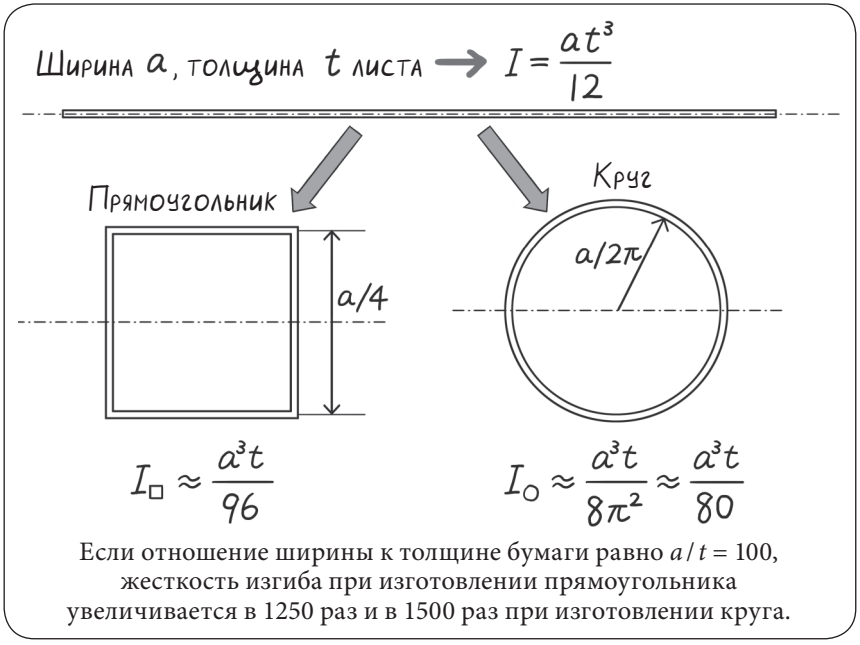
И правда! Очень интересно.

Увеличение сопротивляемости изгибу называется **увеличением изгибной жесткости**.

Помните, раньше мы говорили о формуле Жесткость изгиба = Модуль Юнга E × Момент инерции сечения I (см. стр. 159).

Другими словами, несмотря на то что модуль Юнга бумаги не меняется, жесткость изгиба можно увеличить, изменив форму поперечного сечения.

Кстати, конкретное значение момента сечения инерции I рассчитывается следующим образом:

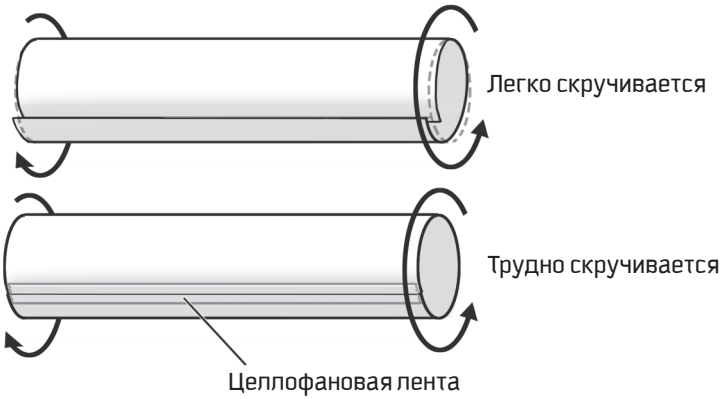


Если отношение ширины к толщине бумаги равно $a / t = 100$, жесткость изгиба при изготовлении прямоугольника увеличивается в 1250 раз и в 1500 раз при изготовлении круга.

О! Можно увеличить ее более чем в тысячу раз!

Угу. Я теперь все понял о жесткости изгиба.
А что с другими деформациями, кроме изгиба?
Например, с кручением?

Хороший вопрос! Можно увеличить крутильную жесткость.
Это легко понять, сравнив два рисунка ниже.
Один – это просто бумага, сложенная в цилиндр.
А на другом края скреплены скотчем.



Кручение цилиндра из бумаги

Ага, то есть если его крутить, то тот, который не скреплен скотчем, легко поддастся. Большая разница!

Да. То есть, судя по тому, о чем мы говорили раньше...
Даже если материал одинаковый, то в зависимости от разных штук можно увеличить его жесткость, не так ли? Причем не только бумаги, но и других материалов, листов железа, например?

Именно так!
Кстати, клюшка для гольфа или удочка должны умеренно гнуться, поэтому надо контролировать их жесткость.
Поэтому для разных условий делают разные формы.

3. НАСКОЛЬКО БЕЗОПАСНА КОНСТРУКЦИЯ?

Предвидеть невозможное (коэффициент запаса)

В завершение занятий поговорим о **безопасности и надежности**. Главная задача сопромата – сделать вещь, которая не сломается во время использования.
Машины и приборы, а также конструкции должны быть надежными. Они подвергаются различным нагрузкам, но они должны функционировать, не ломаясь.

О-хо-хо. Если транспортные средства и здания разрушаются, это опасно для жизни и безопасности пользователей! Это очень важно!

Для того чтобы сделать безопасную конструкцию, надо задать **допустимое напряжение**.
Допустимое напряжение – это максимальное напряжение, которое можно считать безопасным на практике и при котором ничего не сломается даже при некоторых, заранее заданных отклонениях от нормальных условий эксплуатации.

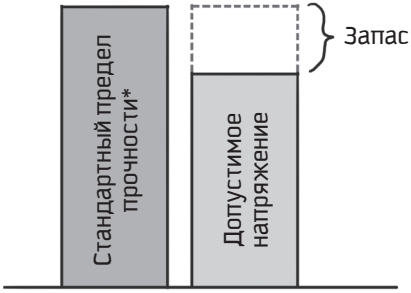
«Если напряжение ниже этого, то не сломается, отлично!» – вот таково значение допустимого напряжения. Однако раньше мы говорили о **пределе прочности**. Ведь если напряжение ниже его, то вещь не сломается. Но в чем тогда разница с допустимым напряжением?

Ну, действительно, согласно расчету, вещь не сломается, если максимальные напряжения ниже предела прочности. Но когда вещь используется в реальной жизни, необходимо предполагать возможные отклонения от идеализированной модели изделия, из-за которых может случиться авария.

Реализация расчетной конструкции в реальном мире может заметно отличаться по своим размерам и свойствам материалов, трудно оценить также предельные нагрузки, которые она будет испытывать. Например, в доске, которую использовали для скамейки, был сучок. Как правило, это снижает предел прочности древесины, следовательно, при расчете надо заложить коэффициент запаса на сучковатую древесину, чтобы скамейки имели необходимую прочность, даже будучи сделанными из неидеальных материалов.

А еще есть **проблемы деградации материалов, которые зависят от условий использования**, такие как **усталость материала** и **коррозия**, и это также является очень сложной задачей.

Понимаю. На этапе проектирования важно учитывать различные вещи. Другими словами, допустимое напряжение должно быть ниже предела прочности?



* В качестве предела прочности при расчетах могут быть использованы разные определяемые на опыте механические свойства материалов.
Для деталей, которые подвергаются постоянной деформации, это **предел текучести** (напряжение, после достижения которого материал начинает испытывать пластическую деформацию).
Для материалов, которые не подвергаются постоянным нагрузкам, можно использовать **предел прочности на разрыв**.

Соотношение между пределом прочности и допустимым напряжением определяется коэффициентом запаса.

Коэффициент запаса показывает, во сколько раз предел прочности больше допустимого напряжения:

$$\text{Коэффициент запаса} = \frac{\text{Предел прочности}}{\text{Допустимое напряжение}}.$$

Ну, желательно, чтобы он был как можно больше! Я вот хочу сделать книжную полку, у которой будет большой запас прочности!

Ну, если запас прочности становится слишком большим, он становится бесполезным, да и цена изделия становится выше, поэтому важно соблюдать баланс.

Кстати, я вот что хочу спросить...

Помимо ударных нагрузок, что это за **небезопасности и неопределенности**, о которых говорилось ранее?

Это хороший вопрос. Ответить на него немного сложно, но величина коэффициента запаса будет зависеть от разных факторов, перечисленных ниже. Они необязательно влияют все вместе, но могут приводить к разным происшествиям.

1. Неравномерное распределение прочности используемого материала

Различные дефекты, вызванные царапинами на поверхности материала либо иными недостатками, влияют на неравномерное распределение прочности материала.

2. Коррозия и усталость материала

При использовании в течение многих лет в материале возникает коррозия из-за воздействия ветра и дождя, а также из-за постоянного прикладывания силы возникает усталость материала, что приводит к уменьшению прочности.

3. Неточность оценки нагрузки

При проектировании с учетом самых суровых условий точность оценки внешней силы (нагрузки) из-за человеческого фактора может быть невысокой, поэтому условия могут оказаться хуже ожидаемого.

4. Неточность расчета напряжений

Расчет напряжений в конструкции фактически находится при помощи математического моделирования. Обычно вычисляется напряжение в наиболее сложных условиях, но даже это может приводить к ошибкам[1].

5. Концентрация напряжений в разрыве

В случае, когда в конструкции имеются отверстия для болтов и т. п., то есть когда происходит резкое изменение формы, в этом месте сосредоточивается большое напряжение (концентрация напряжений).
Иногда трудно точно рассчитать его влияние на прочность.

6. Ошибки конструкции

При фактическом изготовлении невозможно точно отрезать или же прикрепить, поэтому возникает небольшая ошибка. Такие ошибки накапливаются и приводят к неприятностям.

7. Другое (воздействие на общество и людей)

В случае если конструкцией пользуются люди, коэффициент безопасности в целом должен увеличиваться.
Например, согласно СНИП (строительные нормы и правила), коэффициент запаса прочности для лифтовых тросов должен составлять 10 или более.

[1] Совершенно не факт, что условия, заложенные при расчете, действительно самые сложные, возможно, инженеры не замечают каких-то дополнительных сил, действующих на систему, или неправильно оценивают эти силы. Да, бывает и такое.

Ой! Сколько возможных небезопасностей! Аж страшно стало!

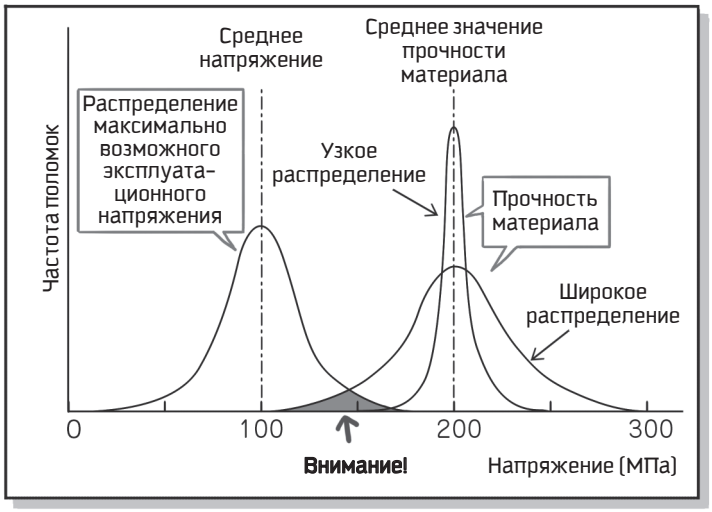
Конечно, это страшно. Кроме того, коэффициент запаса не очень понятен, поэтому есть движение за то, чтобы вместо него использовать вероятностные стандарты расчетов безопасности.

Вероятностные стандарты расчетов? Это как, например?

Допустим, если говорить о машинах, то есть водители с неаккуратным стилем вождения и аккуратные водители. Максимальные силы, которые они прикладывают во время использования своей машины, будут отличаться. Поэтому предлагается рассматривать вариации прочности каждого изделия (машины) и, суммируя их, подсчитывать вероятность повреждения.

То есть, другими словами, когда у нас есть **водитель, который неаккуратно пользуется машиной,** и **немного непрочная машина**, то вероятность поломки повышается?

Именно! Как показано на графике ниже, вероятность поломки – это площадь области пересечения двух кривых: распределения **предела прочности материала** и **распределения эксплуатационных напряжений**. Хотя средние величины одинаковы, во многих изделиях распределение сил одинаково, поэтому вероятность аварий растет!



Распределение прочности и преполагаемого напряжения

Когда распределение прочности материала узкое, эксплуатационные напряжения почти всегда меньше предельных значений, две кривые почти не перекрываются.

Однако, когда распределение предела прочности материала широкое, распределение максимального напряжения многократно перекрывается с ним.

Таким образом, частота поломок увеличивается.

Ну, то есть если есть **хорошие машины** и **плохие машины** и вероятность того, что человек, который неаккуратно водит, сядет в плохую машину, то поломок легко может стать больше.

Да. Поэтому проектирование и изготовление, которое минимизирует вероятность поломки, является разумным. Было бы неплохо, если бы распределение прочности для машин становилось более узким.

Ничего себе. Я все понимаю! Для безопасности нужно многое хорошенько обдумать!

Правильно. Коэффициент запаса – это всего лишь возможный критерий «сколько осталось до конца», поэтому нельзя сказать, что все безопасно, потому что коэффициент запаса большой.
Абсолютно невозможно.
Однако, чтобы еще немного улучшить безопасность конструкции и сделать вещь, которая не поломается, и нужен сопромат.

М-м-м.
Так или иначе, это вывод последнего урока.

Как снизить вероятность аварии

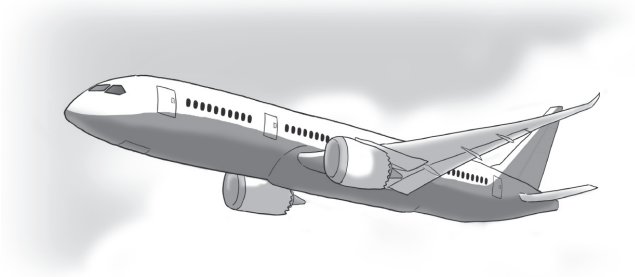
Разные конструкции проектируются с учетом различных предполагаемых факторов. Аварии и несчастные случаи часто происходят из-за человеческого фактора, но в случае использования новых технологий авария происходит из-за сочетания причин, которых не знает конструктор.

Несчастные случаи сопровождаются различными трагедиями. Однако технологии развиваются с учетом произошедших аварий и сбоев.

Например, уроками крупных трагедий на самолетах стала философия **допустимого урона**. Каждый раз, когда самолет совершает полет, проводятся строгие проверки оборудования, но даже при наличии невидимых глазу максимально возможных повреждений самолет все равно должен вынести допустимую нагрузку. Такой способ конструкции помогает предотвратить несчастные случаи, помимо проверки оборудования.

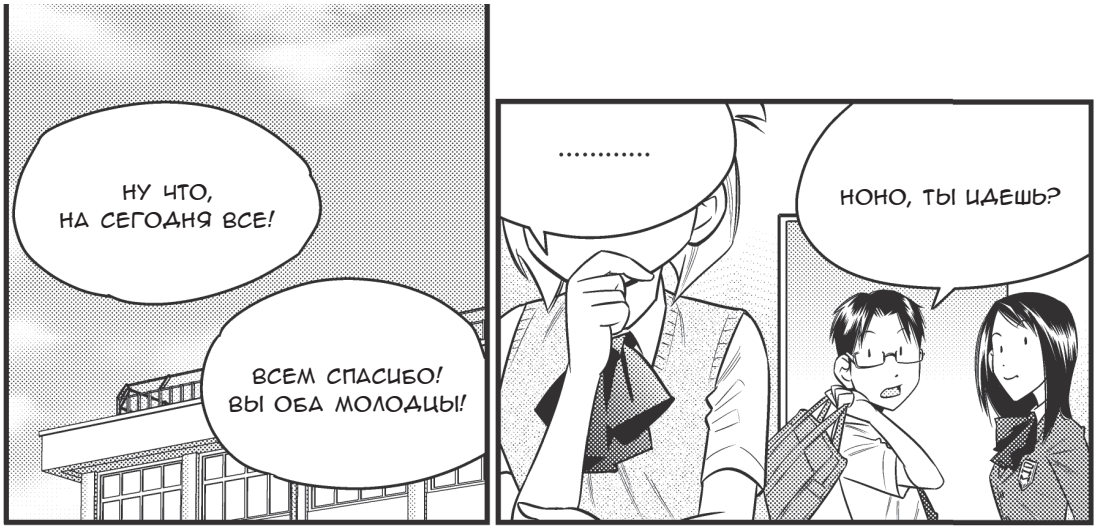
Кроме того, существуют повреждения, вызванные различными предполагаемыми ситуациями (такими как удары молнии и столкновения с птицами). Даже если один двигатель самолета остановится при полете над океаном, самолет должен быть в состоянии вернуться в аэропорт и т. п. Так создаются различные требования безопасности.

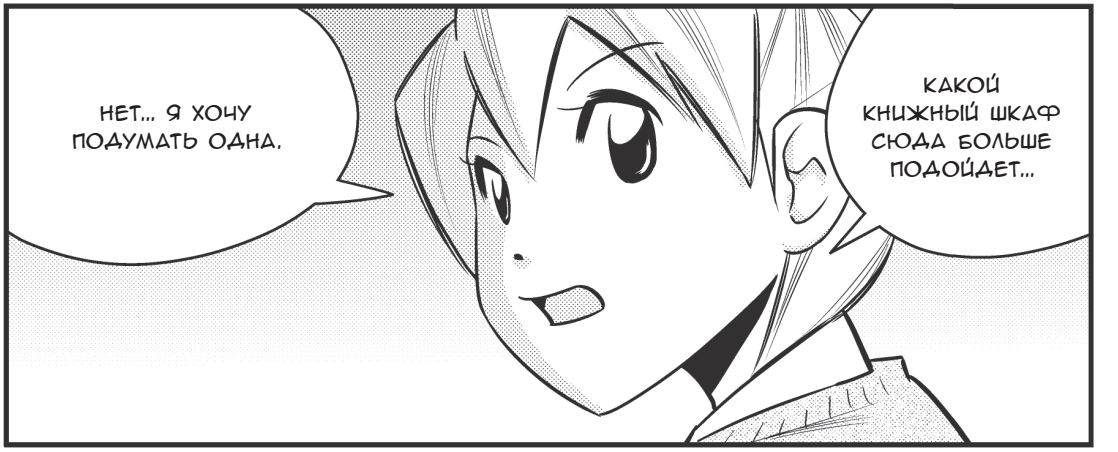
Только после выполнения каждого из этих требований разрешается летать. Такое регулирование производится благодаря пониманию свойств материалов и структуры самолета.



Конечно, для разработки оборудования эти требования должны быть максимально ясны. Однако истинному конструктору необходимо не только понимать эти требования, но и проектировать, учитывая сущность правил безопасности, лежащих в основе этих требований.

При изучении вы должны понять суть требований безопасности.

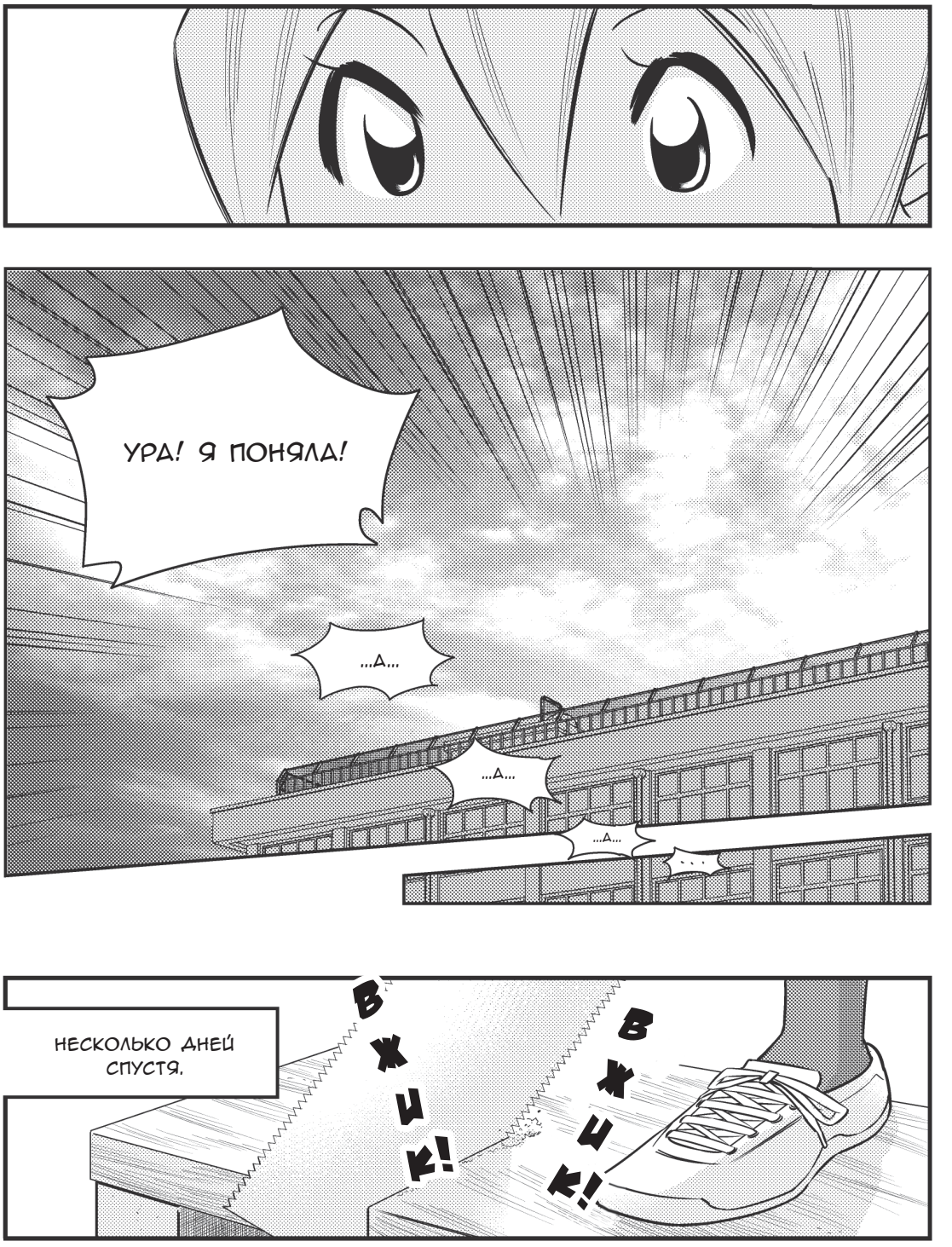

НУ ЧТО, НА СЕГОДНЯ ВСЕ!
ВСЕМ СПАСИБО! ВЫ ОБА МОЛОДЦЫ!
.....
НОНО, ТЫ ИДЕШЬ?


НЕТ... Я ХОЧУ ПОДУМАТЬ ОДНА.
КАКОЙ КНИЖНЫЙ ШКАФ СЮДА БОЛЬШЕ ПОДОЙДЕТ...

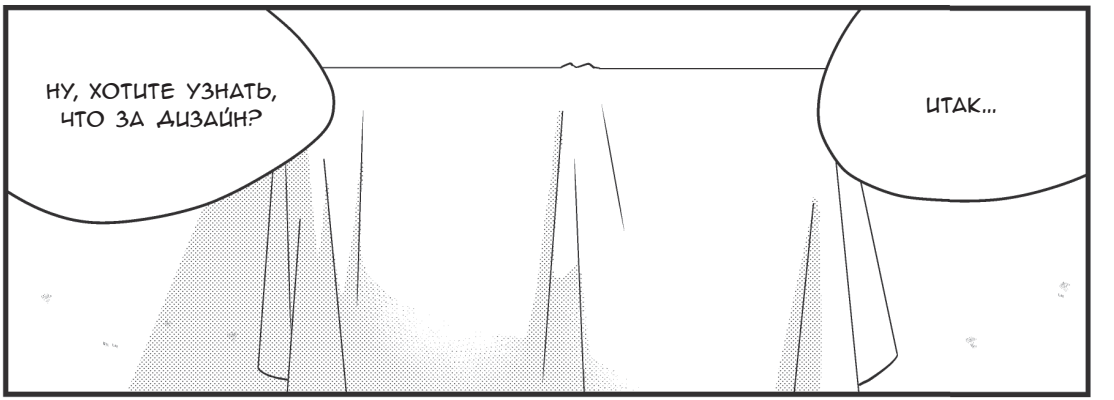
ХМ.
ХОРОШО... ТОЛЬКО НЕ ЗАДЕРЖИВАЙСЯ.

УЖАС!

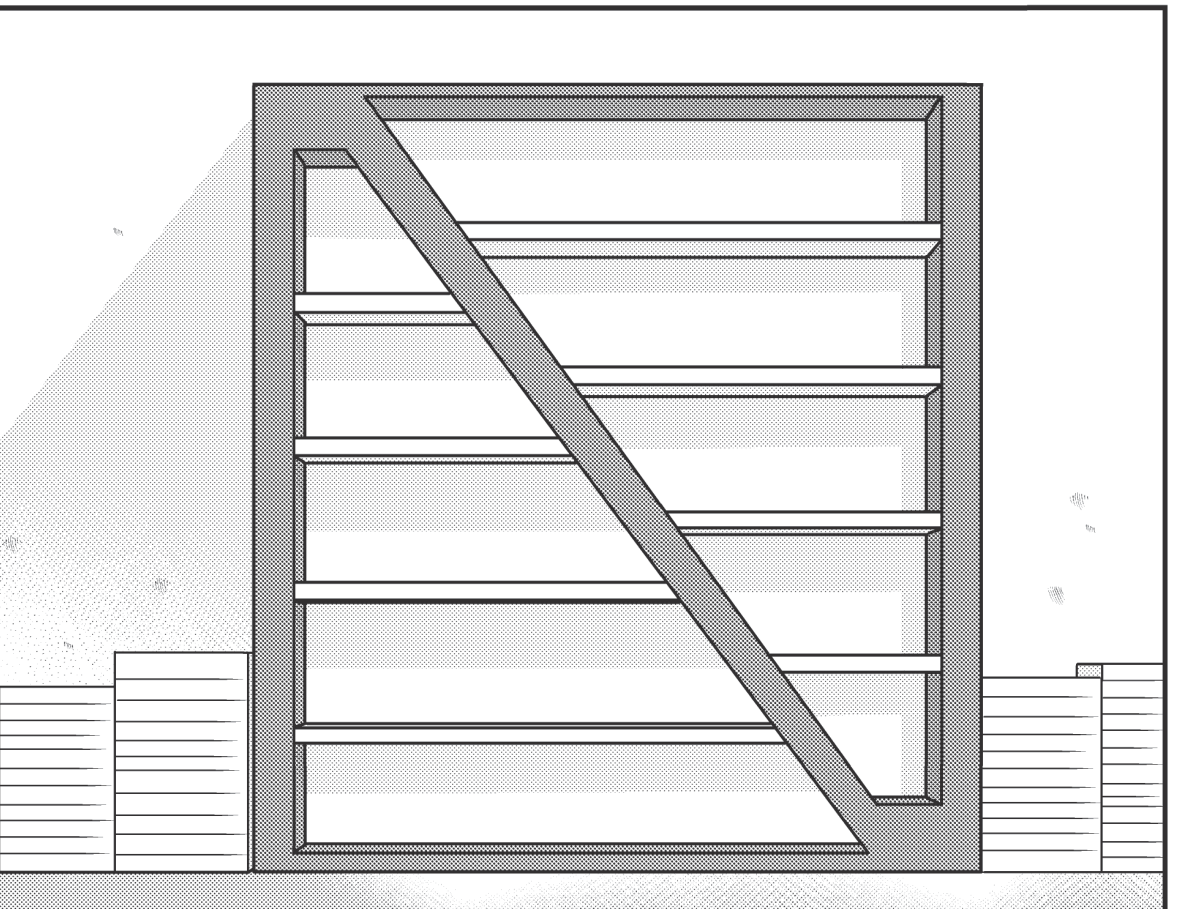
В-ВСЕ НЕ ТАК!
БУДТО Я В ТУПИКЕ.
НАДО ОТКРЫТЬ ОКНО, ЧТОБЫ СВЕЖИЙ ВОЗДУХ ШЕЛ.
УХ...
ВУХ
ШУРХ
А, ЭТО...
ЗАЯВЛЕНИЕ ОБ ОТСТАВКЕ...

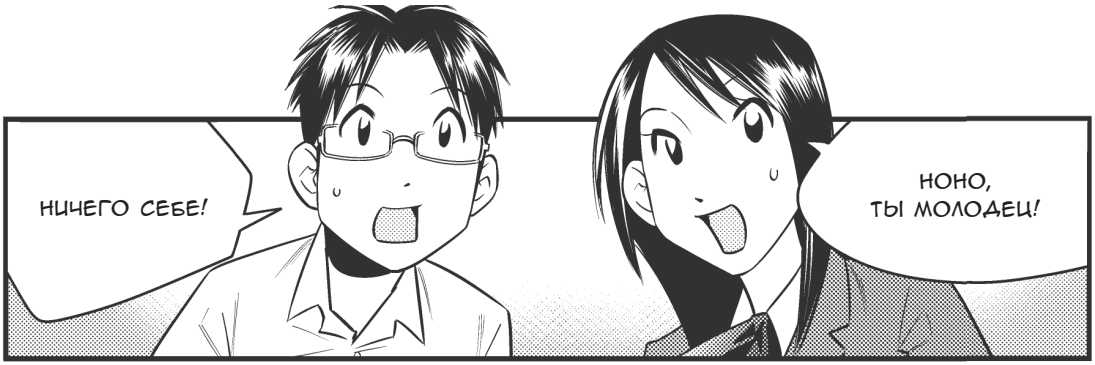

УРА! Я ПОНЯЛА!
...А...
...А...
...А...
НЕСКОЛЬКО ДНЕЙ СПУСТЯ.
ВЖИК!
ВЖИК!

ЯСНО СЕГОДНЯ... ИДЕАЛЬНОЕ ВОСКРЕСЕНЬЕ ДЛЯ РАБОТЫ.
Я УСТАЛ... СЛИШКОМ УСТАЛ... НУ ЗАЧЕМ ОНО...
НУ-КА, ПОСТАРАЙСЯ ЕЩЕ НЕМНОЖКО!
НУ УЖ НЕТ! Я ЖЕ ГУМАНИТАРИЙ! ХОТЯ ВО МНЕ ПОЯВИЛСЯ ИНТЕРЕС К НАУКЕ...
НО УЖ ТОЧНО НЕ К СПОРТУ!
У МЕНЯ ПРИНЦИП: НЕ ДЕРЖАТЬ НИЧЕГО ТЯЖЕЛЕЕ КНИГИ!
ДОСТОЙНО!
ОДНОЙ НОНО ТОЛЬКО ХОРОШО!
ВЫ ОБА ПОДОЖДИТЕ НЕМНОГО В КОМНАТЕ.

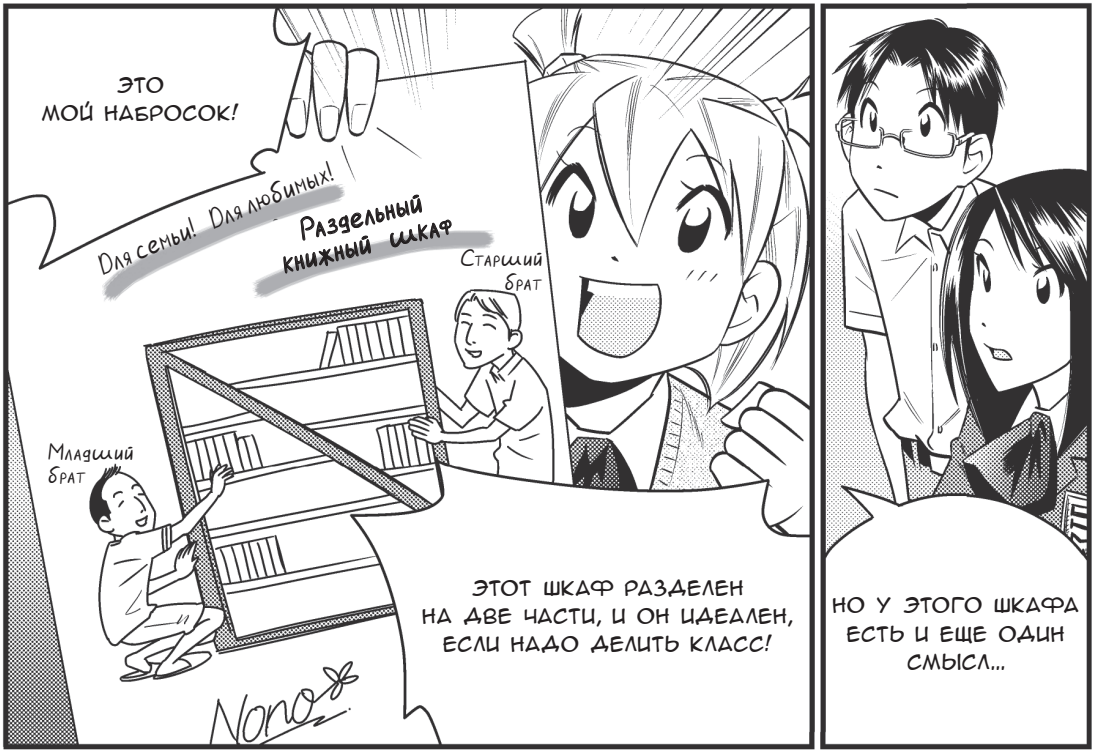

НУ, ХОТИТЕ УЗНАТЬ, ЧТО ЗА ДИЗАЙН?
ИТАК...

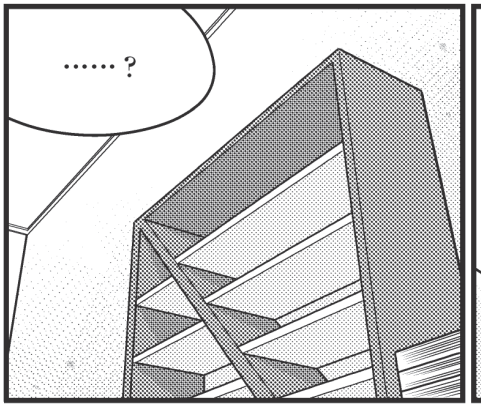
ВУАЛЯ!
ПОЖАЛУЙСТА!
РАЗДЕЛЬНЫЙ КНИЖНЫЙ ШКАФ ОТ НОНО!



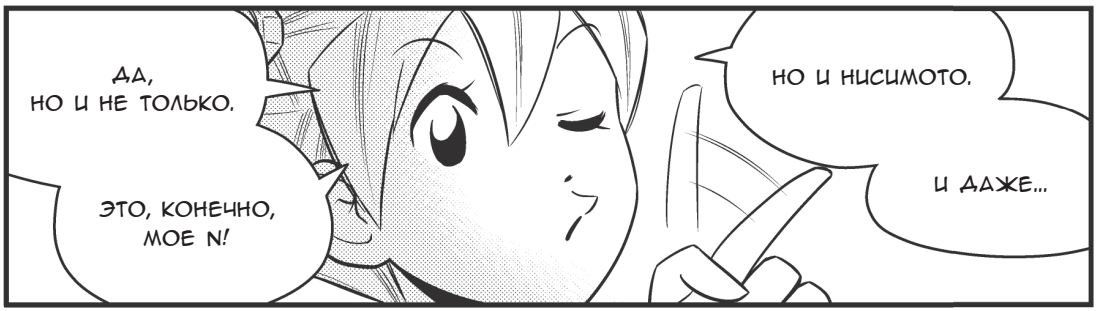

НИЧЕГО СЕБЕ!
НОНО, ТЫ МОЛОДЕЦ!

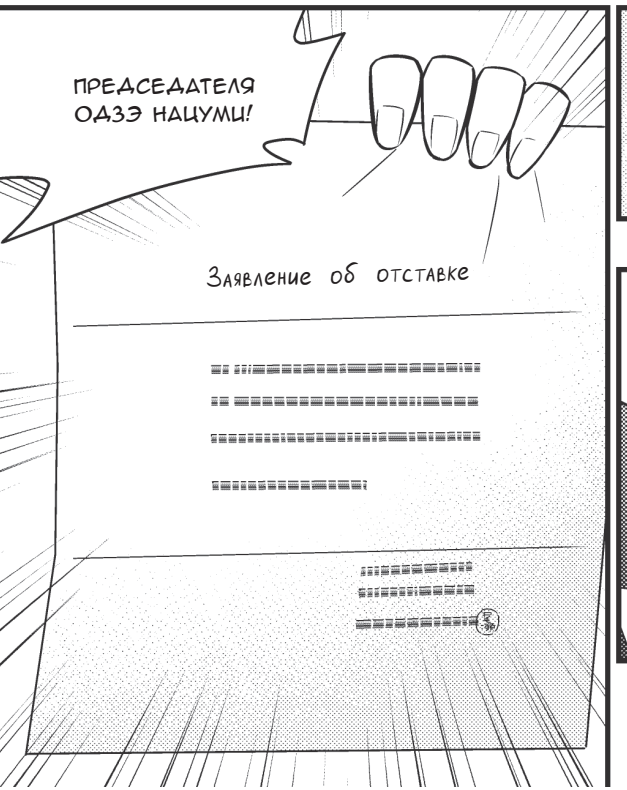
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ СОПРОМАТА ВСЕ ПРОДУМАНО.
ДИАГОНАЛЬНАЯ КОНСТРУКЦИЯ ШКАФА ПОДАВЛЯЕТ ВОЗНИКАЮЩУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ДВУХ БОКОВЫХ ДОСОК, И ПОЭТОМУ ШКАФ МОЖЕТ ОКАЗАТЬСЯ НЕОБЫЧНО ПРОЧНЫМ.
ПОЛКИ ТОЖЕ СОЕДИНЕНЫ...
УГУ.


ЭТО МОЙ НАБРОСОК!
Для семьи! Для любимых!
Раздельный книжный шкаф
Старший брат
Младший брат
Nono
ЭТОТ ШКАФ РАЗДЕЛЕН НА ДВЕ ЧАСТИ, И ОН ИДЕАЛЕН, ЕСЛИ НАДО ДЕЛИТЬ КЛАСС!
НО У ЭТОГО ШКАФА ЕСТЬ И ЕЩЕ ОДИН СМЫСЛ...


..... ?

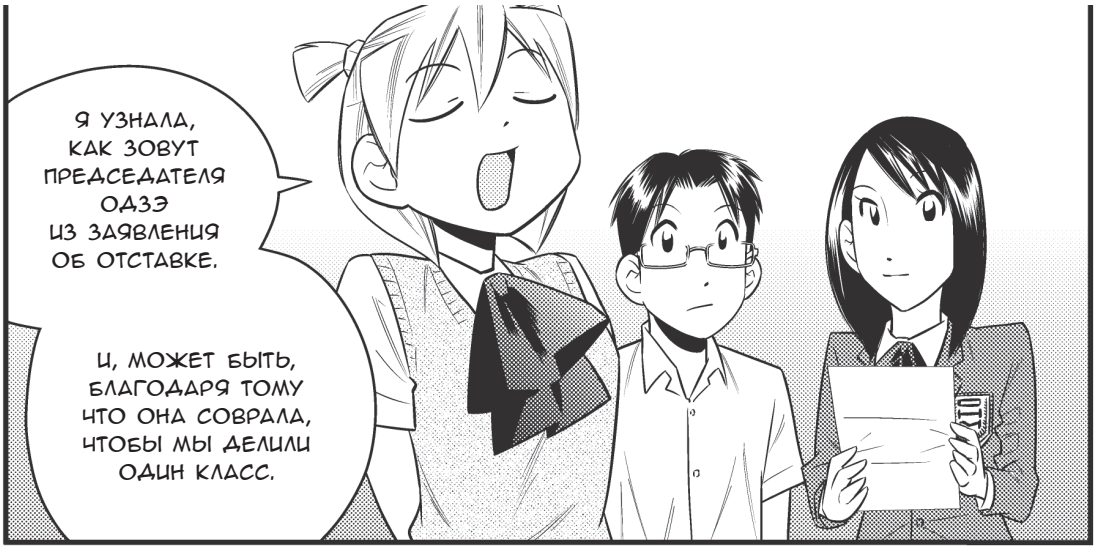
А, Я ПОНЯЛ.
БУКВА N – ЭТО НОНО!
И ПРАВДА, ДИЗАЙН ОЧЕНЬ В ДУХЕ НОНО!

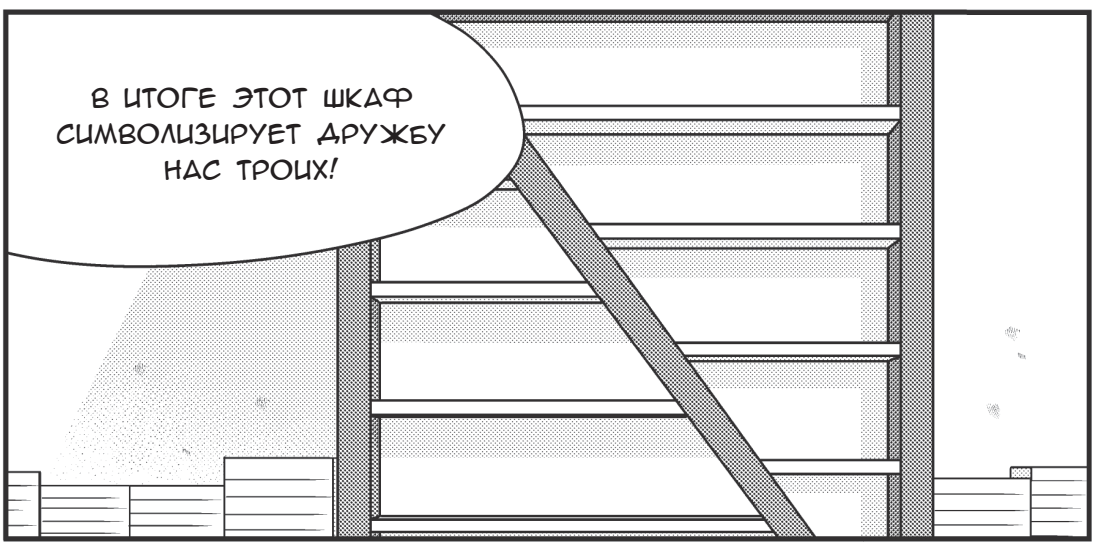

ДА, НО И НЕ ТОЛЬКО.
ЭТО, КОНЕЧНО, МОЕ N!
НО И НИСИМОТО.
И ДАЖЕ...

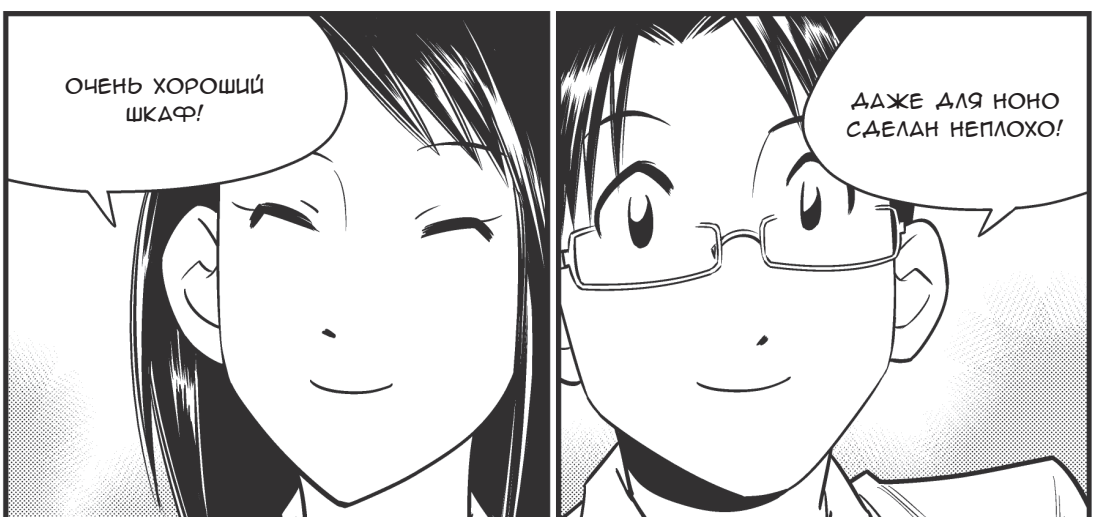

ПРЕДСЕДАТЕЛЯ ОДЗЭ НАЦУМИ!
Заявление об отставке

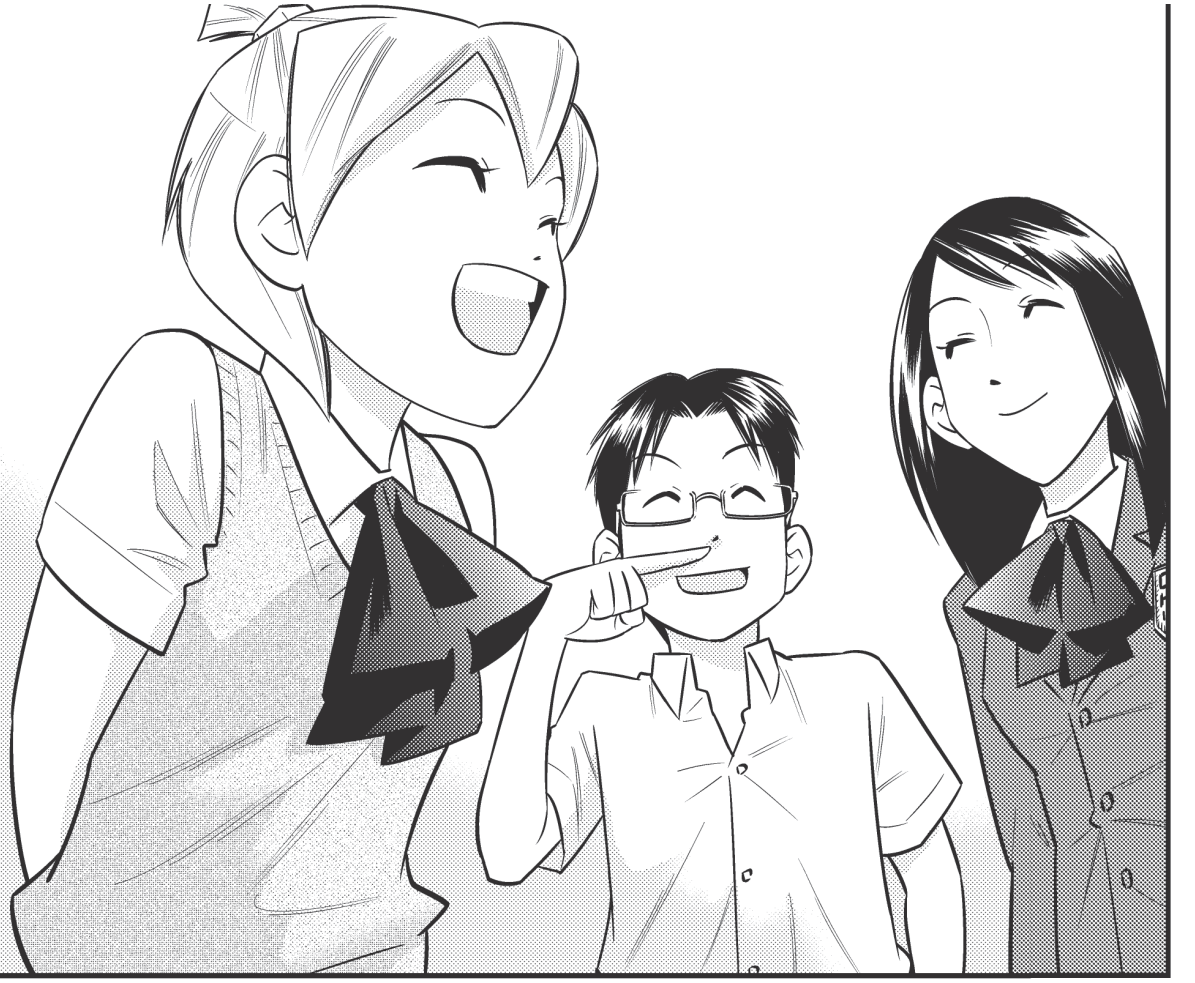
Одзэ Нацуми (Одзэ)

А...
Nono
Nishimoto
Natsumi


Я УЗНАЛА, КАК ЗОВУТ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ ОДЗЭ ИЗ ЗАЯВЛЕНИЯ ОБ ОТСТАВКЕ.
И, МОЖЕТ БЫТЬ, БЛАГОДАРЯ ТОМУ ЧТО ОНА СОВРАЛА, ЧТОБЫ МЫ ДЕЛИЛИ ОДИН КЛАСС.


В ИТОГЕ ЭТОТ ШКАФ СИМВОЛИЗИРУЕТ ДРУЖБУ НАС ТРОИХ!

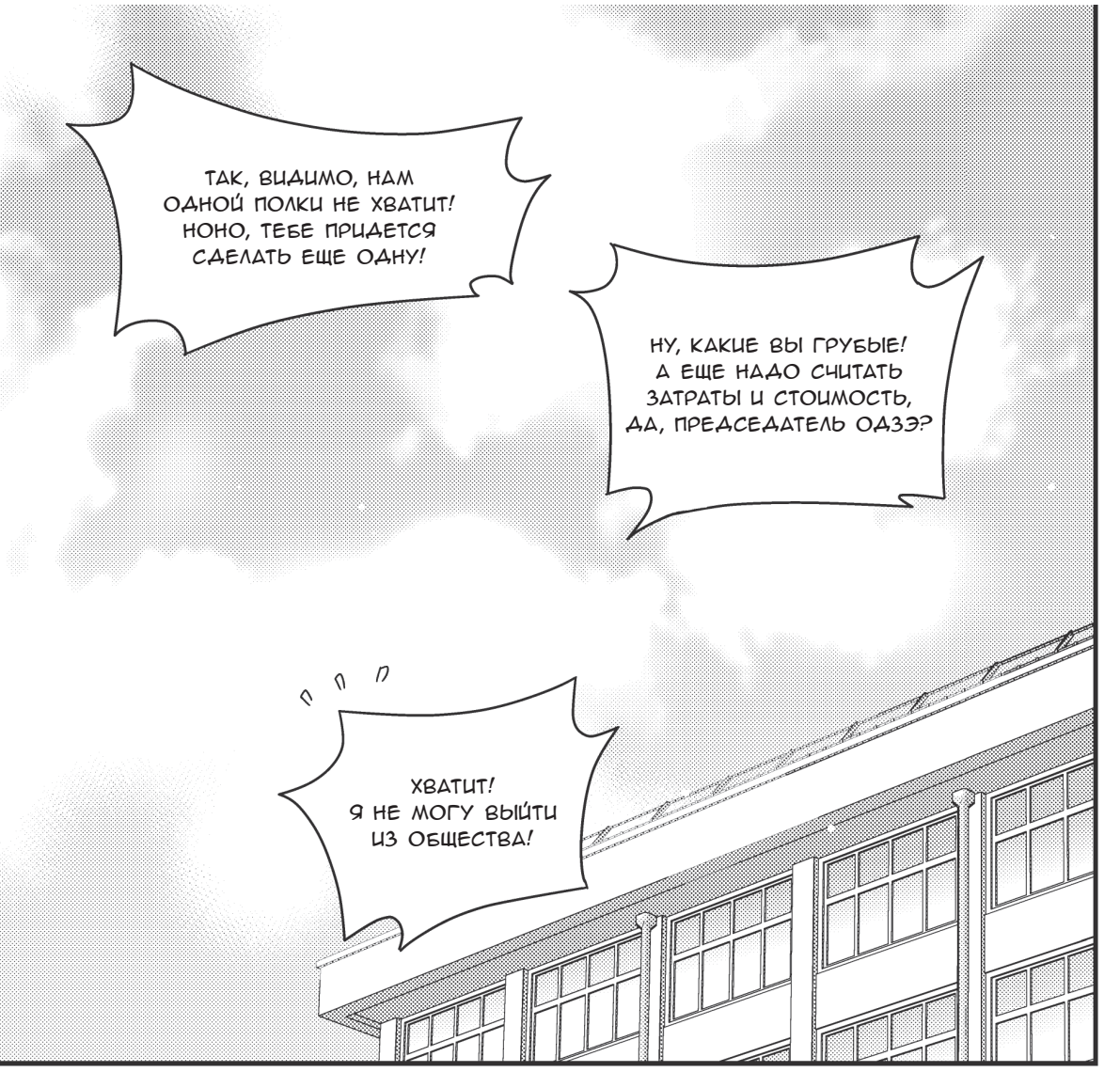

ОЧЕНЬ ХОРОШИЙ ШКАФ!
ДАЖЕ ДЛЯ НОНО СДЕЛАН НЕПЛОХО!

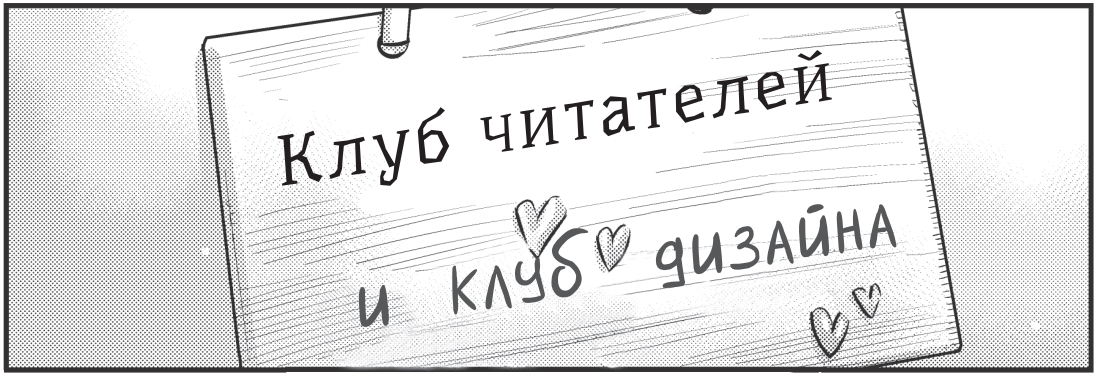


УРА!
А ТЕПЕРЬ
РАССТАВИМ КНИГИ!

СЮДА, НАВЕРНОЕ,
ПОДОЙДУТ В КРАСНЫХ
ПЕРЕПЛЕТАХ!
ПОГОДИ!

КАКОЙ ДУРАК БУДЕТ ДЕЛИТЬ КНИГИ ПО ЦВЕТУ?
ИМЕННО, НОНО, ЛУЧШЕ ИХ СТАВИТЬ В АЛФАВИТНОМ ПОРЯДКЕ.
ЭТО ЧТО ЕЩЕ ЗА ГЛУПАЯ ИДЕЯ?
ЭЙ!
ИХ НАДО СТАВИТЬ ПО ОЩУЩЕНИЮ!
СЛУШАЙ, КАК ШЕЛЕСТЯТ ДУХИ КНИГ!
А-ХА-ХА. ВЫ ОБА ЗАБАВНЫЕ.
КОГДА РАССТАВЛЯЕШЬ КНИГИ, НАДО ДУМАТЬ О ЦВЕТЕ И ДИЗАЙНЕ!
НЕГОДУЕТ
ЭЙ!


ТАК, ВИДИМО, НАМ ОДНОЙ ПОЛКИ НЕ ХВАТИТ! НОНО, ТЕБЕ ПРИДЕТСЯ СДЕЛАТЬ ЕЩЕ ОДНУ!
НУ, КАКИЕ ВЫ ГРУБЫЕ! А ЕЩЕ НАДО СЧИТАТЬ ЗАТРАТЫ И СТОИМОСТЬ, ДА, ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ОДЗЭ?
ХВАТИТ! Я НЕ МОГУ ВЫЙТИ ИЗ ОБЩЕСТВА!


Клуб читателей
и клуб дизайна

◆ Буквы греческого алфавита

Прописные	Строчные	Название	
Α	α	alpha	альфа
Β	β	beta	бета
Γ	γ	gamma	гамма
Δ	δ	delta	дельта
Ε	ε	epsilon	эпсилон
Ζ	ζ	zeta	дзета
Η	η	eta	эта
Θ	θ	theta	тета
Ι	ι	iota	йота
Κ	κ	kappa	каппа
Λ	λ	lambda	лямбда
Μ	μ	mu	мю
Ν	ν	nu	ню
Ξ	ξ	xi	кси
Ο	ο	omicron	омикрон
Π	π	pi	пи
Ρ	ρ	rho	ро
Σ	σ	sigma	сигма
Τ	τ	tau	тау
Υ	υ	upsilon	упсилон
Φ	ϕ (φ)	phi	фи
Χ	χ	chi	хи
Ψ	ψ	psi	пси
Ω	ω	omega	омега

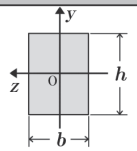
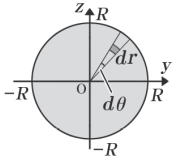
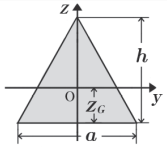
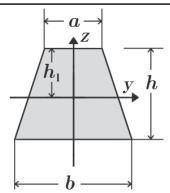
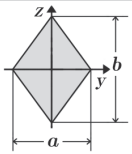
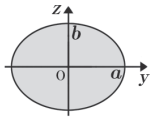
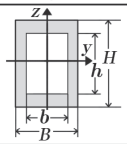
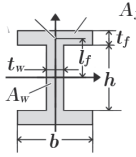
◆ Приставки в соответствии с системой СИ

Значение	Обозначение	Название	
10^{12}	Т	tera	тера
10^{9}	Г	giga	гига
10^{6}	М	mega	мега
10^{3}	к	kilo	кило
10^{2}	г	hecto	гекто
10	д	deka	дека
10^{-1}	д	deci	деци
10^{-2}	ц	centi	сенти
10^{-3}	м	milli	милли
10^{-6}	μ	micro	микро
10^{-9}	н	nano	нано
10^{-12}	п	pico	пико

Например:
к (кило) = 10^3 = 1000;
м (милли) = 10^{-3} = 1/1000 = 0,001.

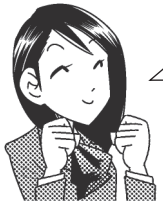
◆ Значения моментов инерции сечения и моментов нагрузки для разных видов сечений

I_y, I_z – это значения момента инерции сечения I относительно осей y и z. Чтобы получить значения полярного момента инерции сечения I_P, надо их сложить: $I_P = I_y + I_z$.

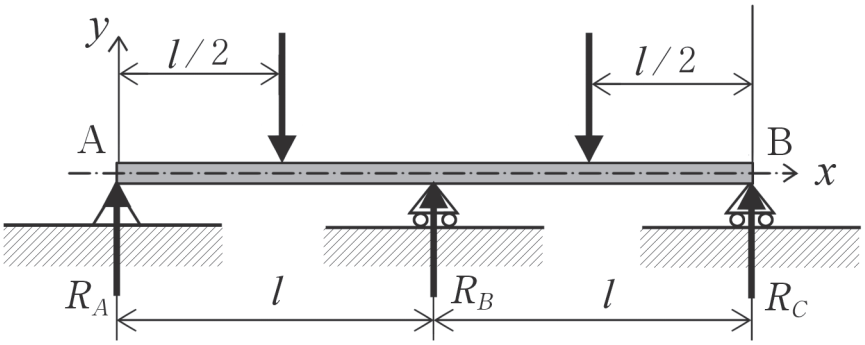
Сечение	Момент инерции сечения	Момент нагрузки
	$I_y = \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-h/2}^{h/2} z^2 dydz = \frac{b^3 h}{12}$ $I_z = \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-h/2}^{h/2} y^2 dydz = \frac{bh^3}{12}$	$Z_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{b^2 h}{6}$ $Z_z = \frac{I_z}{h/2} = \frac{bh^2}{6}$
	$I_y = I_z = 4R^4 \int_0^{\pi/2} \sin^2\theta \cos^2\theta d\theta$ $= \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{64} D^4$	$Z_y = Z_z = \frac{I_y}{R/2} = \frac{\pi}{32} D^3$
	$I_y = \int_{-h/3}^{2h/3} \left(\frac{2}{3} - \frac{z}{h}\right) az^2 dz = \frac{1}{36} ah^3$ $I_z = 2\int_0^{a/2} \left(1 - \frac{2y}{a}\right) hy^2 dy = \frac{1}{48} a^3 h$	$Z_y = \frac{I_y}{2h/3} = \frac{1}{24} ah^2$ $Z_z = \frac{I_z}{a/2} = \frac{1}{12} ah^2$
	$I_y = \frac{1}{36} \frac{a^2 + 4ab + b^2}{a+b} h^3$ $I_z = \frac{1}{48} h\left(a^3 + a^2 b + ab^2 + b^3\right)$	$Z_y = \frac{I_y}{h_1} = \frac{1}{12} \frac{a^2 + 4ab + b^2}{a+2b} h^2$ $Z_z = \frac{I_y}{b/2} = \frac{1}{24} \frac{h}{b}\left(a^3 + a^2 b + ab^2 + b^3\right)$
	$I_y = \frac{1}{48} ab^3$	$Z_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{1}{24} ab^2$
	$I_y = \frac{\pi}{4} ab^3$	$Z_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{\pi}{2} ab^2$
	$I_y = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$	$Z_y = \frac{I_y}{H/2} = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$
	$I_y = 2A_f l_f^{\,2} + \frac{bt_f^{\,3}}{6} + \frac{t_w h^3}{12}$ $I_z = \frac{b^3 t_f}{6} + \frac{t_w^{\,3} h}{12}$	$Z_y = \frac{I_y}{(h/2 + t_f)} = \frac{2bt_f^{\,3} + t_w h^3 + 24A_f l_f^{\,2}}{6\left(h + 2t_f\right)}$ $Z_y = \frac{I_z}{b/2} I_z = \frac{2b^3 t_f + t_w^{\,3} h}{6b}$

◆ Подробные расчеты (статически неопределенная задача для балки)

Здесь даны подробности расчета **скамейки с тремя опорами (статически не определенная задача)** на стр. 176.



Познакомимся с примером расчета статически не определенной задачи для балки. Это будет сложно. После того как вы изучили сопромат, можете снова вернуться к тексту.



Для решения этой задачи пусть дополнительная опора будет стоять ровно посередине. Сила противодействия каждой точки опоры будет обозначена $R_A = R_C$, R_B, поэтому равновесие сил будет выглядеть так:

$$2R_A + R_B = 2P.$$

Если левая и правая части сиденья будут симметричны, то равновесие моментов сил само по себе будет соблюдаться. Момент изгиба на участке AB с использованием этого равенства будет выглядеть так:

$$M = \begin{cases} -R_A x & 0 < x < l/2 \\ -R_A x + P(x - l/2) & l/2 < x < 1 \end{cases}.$$

Используя формулу (о которой не говорилось в этой книге) **отношения кривизны *k* и прогиба *v* в направлении *y*** ($k = d^2v/dx^2$) и отношения между моментом изгиба и кривизной ($M = EIk$), получим:

$$-EI\frac{d^2v}{dx^2} = \begin{cases} -R_A x & 0 < x < l/2 \\ -R_A x + P(x - l/2) & l/2 < x < 1 \end{cases}.$$

Чтобы найти v, проинтегрируем формулы.

$$-EI\frac{dv}{dx}=\begin{cases}-\frac{1}{2}R_A x^2+C_1 & 0<x<l/2\\ -\frac{1}{2}R_A x^2+\frac{1}{2}P\left(x-\frac{l}{2}\right)^2+C_1 & l/2<x<1\end{cases};$$

$$-EIv=\begin{cases}-\frac{1}{6}R_A x^3+C_1 x+C_2 & 0<x<l/2\\ -\frac{1}{6}R_A x^3+\frac{1}{6}P\left(x-\frac{l}{2}\right)^3+C_1 x+C_2 & l/2<x<1\end{cases}.$$

Затем в условиях смещения точки опоры получим:

- при $x = 0$, $v = 0$ (точка опоры A не сдвигается), $C_2 = 0$;
- при $x = l$, $v = dv/dx = 0$ (точка B не сдвигается и не склоняется), поэтому:

$$-\frac{1}{2}R_A l^2+\frac{1}{8}Pl^2+C_1=0;$$

$$-\frac{1}{6}R_A l^3+\frac{1}{48}Pl^3+C_1 l=0.$$

Решив эту систему уравнений, получим:

$$R_A=\frac{5}{16}P,\quad R_B=2P-2P_A=\frac{22}{16}P,\quad \left(C_1=-\frac{1}{32}Pl^2\right).$$

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Вектор, 4
Внутренние силы, 55
Воображаемое сечение, 35, 53
Вязкость, 107

Давление, 56
Деформация, 29, 30, 82
  абсолютная, 99
  изгиба, 96
  остаточная, 120
  относительная, 82
  поперечная, 87
  продольная, 87
  сдвига, 89
Диаграмма сил, 21
Диаграммы (круги) Мора, 70
Дифференциал, 76

Закон Гука, 40, 108
Запас прочности, 170, 186
Зона пластичности, 119

Изгибная жесткость, 149
Интеграл, 115
Испытания материалов, 115, 118

Килограмм сила (кгс), 11
Конечные деформации, 44
Коэффициент запаса, 172, 186
Коэффициент Пуассона, 88
Коэффициент упругости (жесткость пружины), 40
Крутильная жесткость, 140
Крутящий момент, 92
Кручение кривой, 95

Малые деформации, 46
Малое приращение (оператор Δ), 75
Механические свойства материалов, 107
Многопролетная балка, 178
Модуль упругости (модуль Юнга), 109
Модуль сдвига, 109
Момент изгиба, 30, 96
Момент кручения, 30, 35
Момент сдвига, 37
Момент силы, 13
  формула, 17
Момент сопротивления, 152

Нагрузка (внешняя сила), 3
Напряжение (механическое), 56, 57
Нормальное напряжение, 58, 60
Напряжения растяжения/сжатия, 58, 60
Напряжение сдвига, 58, 62
Напряжение кручения, 134
Нейтральная плоскость, 97
Ньютон (единица измерения), 11

Пара сил, 36
Паскаль, 56
Плечо рычага, 17
Полярные координаты, 143
Потеря устойчивости, 178
Правило рычага, 18
Предел (оператор lim), 75
Предел прочности, 119

Предел текучести, 119, 122
Прямоугольные координаты, 143

Равновесие сил и моментов, формула, 24, 27
Радиан, 90
Разрывная машина, 115
Распределенная нагрузка, 173
Реакция опоры, 7
Реактивный момент, 35

Сила, 2–4
  реакции, 5
  растяжения/сжатия, 30, 32
  тяжести (вес), 6
Сосредоточенная нагрузка, 173
Степени свободы, 27
Статически определимая задача, 40

Твердость, 107
Точка опоры, 8
Точка приложения силы, 4

Угол кручения, 92
Удлинение, 132
Упругость, 107
Уравнение движения, 51
Ускорение, 11

Физическое тело, 3

Хрупкие материалы, 123

Центр тяжести, 19, 24

Книги издательства «ДМК Пресс» можно заказать
в торгово-издательском холдинге «Планета Альянс» наложенным платежом,
выслав открытку или письмо по почтовому адресу:
115487, г. Москва, 2-й Нагатинский пр-д, д. 6А.
При оформлении заказа следует указать адрес (полностью), по которому
должны быть высланы книги; фамилию, имя и отчество получателя.
Желательно также указать свой телефон и электронный адрес.
Эти книги вы можете заказать и в интернет-магазине: **www.alians-kniga.ru**.
Оптовые закупки: тел. **(499) 782-38-89**.
Электронный адрес: **books@alians-kniga.ru**.

Суэмасу Хироси, Нагасима Тосио (авторы),

Эммо Такэнава (художник)

Сопротивление материалов

Манга

Главный редактор *Д. А. Мовчан*
dmkpress@gmail.com
Переводчик *А. С. Слащева*
Корректор *Г. И. Синяева*
Верстальщик *А. А. Чаннова*

Формат 70×100 1/16.
Гарнитура Anime Ace. Печать офсетная.
Усл. п. л. 20,625. Тираж 500 экз.

Веб-сайт издательства www.dmkpress.com